



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°279



CAPU0279

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 16 et 2 par 4.
- **B** est la différence entre 16 et le produit de 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 4^2 \quad D = (3 + 2)^3 \quad E = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

271 divisé par 7 1 031 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 425 par 14 ? Justifier.

$$(a) 425 = 14 \times 29 + 19 \quad (b) 425 = 14 \times 31 - 9 \quad (c) 425 = 14 \times 30 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes samedi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 327 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 327 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 550					
7 756					
325					
627					
3 699					

2. Dans le nombre $9\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 167 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°279



CAPU0279

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 9 + 13 \quad B = 4 \div 2 \times 2$$

$$C = 72 - 3 \times (15 - 4) \quad D = [9 + 8 \times (11 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 3 + 9 - 4 = 56 \quad 5 + 4 + 5 \times 9 = 126$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 25 \times 9 \quad F = 5 \times 67 \times 20 \quad G = 35 \times 73 + 35 \times 27$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 4 + 4 + 4 \quad 12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 3^2 = 12^2 \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 1 000 ; 62 ; 37 ; 25 ; 54

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 1 \quad B = (2 \times 4)^2 - 1$$

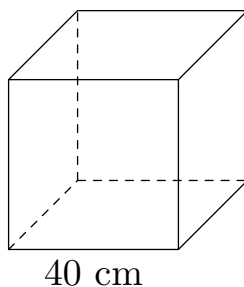
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 8$ et $B = (2a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 214.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°279



CAPU0279

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (16 - 2) \times 4 = 14 \times 4 = 56$

$B = 16 - 2 \times 4 = 16 - 8 = 8$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 38 = 266 \leq 271 < 273 = 7 \times 39$: le quotient est 38, le reste $271 - 266 = 5$.

$271 = 7 \times 38 + 5$, avec $5 < 7$.

$24 \times 42 = 1\,008 \leq 1\,031 < 1\,032 = 24 \times 43$: le quotient est 42, le reste $1\,031 - 1\,008 = 23$.

$1\,031 = 24 \times 42 + 23$, avec $23 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $425 = 14 \times 29 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $425 = 14 \times 31 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $425 = 14 \times 30 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 30, reste 5.

Comme $5 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 425 par 30 : quotient 14, reste 5.

3. $327 = 7 \times 46 + 5$

a) 327 jours font 46 semaines complètes et 5 jours.

Après 46 semaines complètes, on est de nouveau samedi. Il reste à avancer de 5 jours : samedi → dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi.

b) Dans 327 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 550	oui	non	oui	non	oui
7 756	oui	non	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
627	non	oui	non	non	non
3 699	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°279



CAPU0279

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,550 &\rightarrow 6 + 5 + 5 + 0 = 16 & 7\,756 &\rightarrow 7 + 7 + 5 + 6 = 25 & 325 &\rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \\ 627 &\rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 & 3\,699 &\rightarrow 3 + 6 + 9 + 9 = 27 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 2 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12 ; \square = 4 : 15 ; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 912, 942, 972.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 56 est pair mais $56 = 3 \times 18 + 2$.
« 167 est un multiple de 7. » **Faux.** $167 = 7 \times 23 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 9 + 13 = 26 + 13 = 39$

$$B = 4 \div 2 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = 72 - 3 \times (15 - 4) = 72 - 3 \times 11 = 72 - 33 = 39$$

$$D = [9 + 8 \times (11 - 2)] \div 2 = [9 + 8 \times 9] \div 2 = [9 + 72] \div 2 = 81 \div 2 = 40,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (3 + 9) - 4 = 5 \times 12 - 4 = 60 - 4 = 56$$

$$(5 + 4 + 5) \times 9 = (9 + 5) \times 9 = 14 \times 9 = 126$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 25 \times 9 = 25 \times (10 - 1) = 25 \times 10 - 25 \times 1 = 250 - 25 = 225$$

$$F = 5 \times 67 \times 20 = 5 \times 20 \times 67 = 100 \times 67 = 6\,700$$

$$G = 35 \times 73 + 35 \times 27 = 35 \times (73 + 27) = 35 \times 100 = 3\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $4 \times 3^2 = 12^2$ » **Faux.** $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 3.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 37 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2)$$

$$54 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2) \quad 62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2)$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°279



CAPU0279

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 1 = 2 \times 16 - 1 = 32 - 1 = 31$

$$B = (2 \times 4)^2 - 1 = 8^2 - 1 = 64 - 1 = 63$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 8 = 2 \times 5^2 - 8 = 2 \times 25 - 8 = 50 - 8 = 42$$

$$B = (2a)^2 - 8 = (2 \times 5)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 214. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).