



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°28



CAPU0028

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 13 et 4 par 4.
- **B** est la somme de 13 et du produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 15 + 10 \div 5 \quad \mathbf{D} = 5 \times 7^2 - 5 \quad \mathbf{E} = (20 + 4) \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

795 divisé par 4 838 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 77 par 9 ? Justifier.

$$(a) 77 = 9 \times 8 + 5 \quad (b) 77 = 9 \times 7 + 14 \quad (c) 77 = 9 \times 9 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 117 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 134					
4 311					
7 530					
867					
115					

2. Dans le nombre $73\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 62.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°28



CAPU0028

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 7 + 3 \times 9 \quad B = 14 + 63 \div 7 \times 3$$

$$C = 94 - 2 \times (15 - 5) \quad D = [7 + 7 \times (10 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 5 \times 2 - 4 = 54 \quad 9 + 2 - 5 + 3 = 3$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 44 \times 25 \quad F = 42 \times 28 + 42 \times 72 \quad G = 18 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 7 \times 7 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

56 ; 100 ; 121 ; 66 ; 142 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 8 \quad B = (2 \times 4)^2 - 8$$

$$C = 5^2 + 2^2 \quad D = (5 + 2)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 6$ et $B = (4x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 56 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 170 et 235. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°28



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (13 + 4) \times 4 = 17 \times 4 = 68$

$$B = 13 + 4 \times 4 = 13 + 16 = 29$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 15 + 10 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 10 par 5.

$$D = 5 \times 7^2 - 5$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 7 et 5.

$$E = (20 + 4) \div 4$$
 est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 20 et 4 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 198 = 792 \leq 795 < 796 = 4 \times 199$: le quotient est 198, le reste $795 - 792 = 3$.

$$795 = 4 \times 198 + 3, \text{ avec } 3 < 4.$$

$$25 \times 33 = 825 \leq 838 < 850 = 25 \times 34$$
 : le quotient est 33, le reste $838 - 825 = 13$.

$$838 = 25 \times 33 + 13, \text{ avec } 13 < 25.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $77 = 9 \times 8 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $77 = 9 \times 7 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $77 = 9 \times 9 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 5.

Comme $5 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 77 par 8 : quotient 9, reste 5.

3. $117 = 16 \times 7 + 5$

7 minibus pleins transportent 112 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 5 = 11$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 134	oui	non	non	non	non
4 311	non	oui	non	oui	non
7 530	oui	oui	oui	non	oui
867	non	oui	non	non	non
115	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$5\ 134 \rightarrow 5 + 1 + 3 + 4 = 13 \quad 4\ 311 \rightarrow 4 + 3 + 1 + 1 = 9 \quad 7\ 530 \rightarrow 7 + 5 + 3 + 0 = 15$$

$$867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \quad 115 \rightarrow 1 + 1 + 5 = 7$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 3 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 735.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 26 est pair mais $26 = 3 \times 8 + 2$.

« 3 est un diviseur de 62. » **Faux.** $62 = 3 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 7 + 3 \times 9 = 7 + 27 = 34$

$$B = 14 + 63 \div 7 \times 3 = 14 + 9 \times 3 = 14 + 27 = 41$$

$$C = 94 - 2 \times (15 - 5) = 94 - 2 \times 10 = 94 - 20 = 74$$

$$D = [7 + 7 \times (10 - 1)] \div 5 = [7 + 7 \times 9] \div 5 = [7 + 63] \div 5 = 70 \div 5 = 14$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (5 \times 2 - 4) = 9 \times (10 - 4) = 9 \times 6 = 54$$

$$9 + 2 - (5 + 3) = 9 + 2 - 8 = 11 - 8 = 3$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 44 \times 25 = 4 \times 25 \times 44 = 100 \times 44 = 4\ 400$$

$$F = 42 \times 28 + 42 \times 72 = 42 \times (28 + 72) = 42 \times 100 = 4\ 200$$

$$G = 18 \times 9 = 18 \times (10 - 1) = 18 \times 10 - 18 \times 1 = 180 - 18 = 162$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

56 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2$) 66 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2$)

$100 = 10^2$: **carré** $121 = 11^2$: **carré**

142 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

$B = (2 \times 4)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$

$C = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$

$D = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 4x^2 - 6 = 4 \times 4^2 - 6 = 4 \times 16 - 6 = 64 - 6 = 58$

$B = (4x)^2 - 6 = (4 \times 4)^2 - 6 = 16^2 - 6 = 256 - 6 = 250$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $4x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 56 :

$7^2 = 49 \leq 56$ et $8^2 = 64 > 56$.

a) **Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.**

$56 - 49 = 7$

b) **Il lui restera 7 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 170 et 235. » $\rightarrow$ encore 64 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).