



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°280



CAPU0280

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 2)^3 \quad D = 58 - 6 \times 7 \quad E = (6 + 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

379 divisé par 5 1 689 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 67 par 6 ? Justifier.

$$(a) 67 = 6 \times 11 + 1 \quad (b) 67 = 6 \times 12 - 5 \quad (c) 67 = 6 \times 10 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 242 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 242 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 578					
951					
415					
1 089					
5 720					

2. Dans le nombre $2\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 149 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°280



CAPU0280

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 41 - 4 \times 2 \quad B = 56 \div 7 \times 2$$

$$C = 68 - 4 \times (20 - 7) \quad D = 6,8 + 3 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 8 - 3 - 4 = 4 \quad 2 \times 2 \times 8 + 9 = 68$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 14 \times 9 \quad F = 14 + 0,75 + 86 \quad G = 27 \times 22 + 27 \times 78$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 12 \times 12 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2 \quad 3 \times 6^2 = 18^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 112 ; 64 ; 1 000 ; 144 ; 31

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

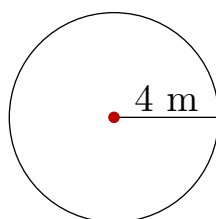
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 5a$ pour $a = 4$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 159 et 202.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 58 - 6 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 58 et le produit de 6 par 7.

$E = (6 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 75 = 375 \leq 379 < 380 = 5 \times 76$: le quotient est 75, le reste $379 - 375 = 4$.

$379 = 5 \times 75 + 4$, avec $4 < 5$.

$20 \times 84 = 1\,680 \leq 1\,689 < 1\,700 = 20 \times 85$: le quotient est 84, le reste $1\,689 - 1\,680 = 9$.

$1\,689 = 20 \times 84 + 9$, avec $9 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $67 = 6 \times 11 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $67 = 6 \times 12 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $67 = 6 \times 10 + 7$: le « reste » 7 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 11, reste 1.

Comme $1 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 67 par 11 : quotient 6, reste 1.

3. $242 = 7 \times 34 + 4$

a) 242 jours font 34 semaines complètes et 4 jours.

Après 34 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 4 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 242 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 578	oui	non	non	non	non
951	non	oui	non	non	non
415	non	non	oui	non	non
1 089	non	oui	non	oui	non
5 720	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°280



CAPU0280

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,578 &\rightarrow 6 + 5 + 7 + 8 = 26 & 951 &\rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 & 415 &\rightarrow 4 + 1 + 5 = 10 \\ 1\,089 &\rightarrow 1 + 0 + 8 + 9 = 18 & 5\,720 &\rightarrow 5 + 7 + 2 + 0 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 5 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 5 : 12 ; \square = 8 : 15$$

3 solutions : 225, 255, 285.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ($21 = 3 \times 7$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 149 est un multiple de 7. » **Faux.** $149 = 7 \times 21 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 41 - 4 \times 2 = 41 - 8 = 33$

$$B = 56 \div 7 \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$C = 68 - 4 \times (20 - 7) = 68 - 4 \times 13 = 68 - 52 = 16$$

$$D = 6,8 + 3 \times 1,5 = 6,8 + 4,5 = 11,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (8 - 3 - 4) = 4 \times (5 - 4) = 4 \times 1 = 4$$

$$2 \times 2 \times (8 + 9) = 2 \times 2 \times 17 = 4 \times 17 = 68$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 14 \times 9 = 14 \times (10 - 1) = 14 \times 10 - 14 \times 1 = 140 - 14 = 126$$

$$F = 14 + 0,75 + 86 = 14 + 86 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 27 \times 22 + 27 \times 78 = 27 \times (22 + 78) = 27 \times 100 = 2\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ » **Faux.** $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$, alors que $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°280



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : a^2 + 5a = 4^2 + 5 \times 4 = 16 + 5 \times 4 = 16 + 20 = 36$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : a^2 + 5a = 0,5^2 + 5 \times 0,5 = 0,25 + 5 \times 0,5 = 0,25 + 2,5 = 2,75$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 159 et 202. » $\rightarrow$ encore 42 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).