



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°281



CAPU0281

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 6 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 6 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 15 + 12 \div 4 \quad \mathbf{D} = 23 - 4 \times 2 \quad \mathbf{E} = (7 + 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$646 \text{ divisé par } 9 \quad 856 \text{ divisé par } 27$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 121 par 6 ? Justifier.

$$(a) 121 = 6 \times 20 + 1 \quad (b) 121 = 6 \times 19 + 7 \quad (c) 121 = 6 \times 21 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
447					
5 970					
9 836					
9 621					
625					

2. Dans le nombre $27\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 140.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°281



CAPU0281

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 45 - 2 \times 9 \quad B = 40 \div 8 \times 3$$

$$C = (3 + 5) \times 6 - 16 \quad D = 2 \times [26 - (2 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 3 \times 9 + 4 = 117 \quad 8 \times 7 + 9 + 7 = 135$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 101 \quad F = 38 \times 33 + 38 \times 67 \quad G = 2 \times 79 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0^2 = 0 \quad (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 64 ; 145 ; 16 ; 36 ; 122

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 3 \quad B = (5 \times 6)^2 - 3$$

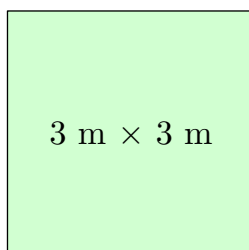
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 6$ et $B = (5a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 111 et 156.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°281



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 6 \times 3 = 6 + 18 = 24$

$$B = (6 + 6) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 15 + 12 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du quotient de 12 par 4.

$$D = 23 - 4 \times 2$$
 est une **différence** : c'est la différence entre 23 et le produit de 4 par 2.

$$E = (7 + 4)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 71 = 639 \leq 646 < 648 = 9 \times 72$: le quotient est 71, le reste $646 - 639 = 7$.

$$646 = 9 \times 71 + 7, \text{ avec } 7 < 9.$$

$$27 \times 31 = 837 \leq 856 < 864 = 27 \times 32$$
 : le quotient est 31, le reste $856 - 837 = 19$.

$$856 = 27 \times 31 + 19, \text{ avec } 19 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $121 = 6 \times 20 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $121 = 6 \times 19 + 7$: le « reste » 7 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $121 = 6 \times 21 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 1.

Comme $1 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 121 par 20 : quotient 6, reste 1.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
447	non	oui	non	non	non
5 970	oui	oui	oui	non	oui
9 836	oui	non	non	non	non
9 621	non	oui	non	oui	non
625	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°281



CAPU0281

Sommes des chiffres :

$$447 \rightarrow 4 + 4 + 7 = 15 \quad 5\,970 \rightarrow 5 + 9 + 7 + 0 = 21 \quad 9\,836 \rightarrow 9 + 8 + 3 + 6 = 26$$
$$9\,621 \rightarrow 9 + 6 + 2 + 1 = 18 \quad 625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 7 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 270, 276.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 846, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 140. » **Vrai.** $140 = 7 \times 20$: le reste de la division de 140 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 45 - 2 \times 9 = 45 - 18 = 27$

$$B = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = (3 + 5) \times 6 - 16 = 8 \times 6 - 16 = 48 - 16 = 32$$

$$D = 2 \times [26 - (2 + 8)] = 2 \times [26 - 10] = 2 \times 16 = 32$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times 3 \times (9 + 4) = 3 \times 3 \times 13 = 9 \times 13 = 117$$

$$8 \times (7 + 9) + 7 = 8 \times 16 + 7 = 128 + 7 = 135$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 101 = 44 \times (100 + 1) = 44 \times 100 + 44 \times 1 = 4\,400 + 44 = 4\,444$$

$$F = 38 \times 33 + 38 \times 67 = 38 \times (33 + 67) = 38 \times 100 = 3\,800$$

$$G = 2 \times 79 \times 5 = 2 \times 5 \times 79 = 10 \times 79 = 790$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$ » **Faux.** $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$, alors que $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 122 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 122 < 144 = 12^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 3 = 5 \times 36 - 3 = 180 - 3 = 177$

$$B = (5 \times 6)^2 - 3 = 30^2 - 3 = 900 - 3 = 897$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 6 = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$$

$$B = (5a)^2 - 6 = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 111 et 156. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).