



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°282



CAPU0282

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 12 et du produit de 9 par 8.
- **B** est le produit de la somme de 12 et 9 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6^2 - 19 \quad D = (1 + 2)^3 \quad E = 7^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

812 divisé par 5 2 277 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 228 par 10 ? Justifier.

$$(a) 228 = 10 \times 21 + 18 \quad (b) 228 = 10 \times 23 - 2 \quad (c) 228 = 10 \times 22 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes samedi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 146 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 146 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 060					
905					
3 609					
141					
2 374					

2. Dans le nombre $98\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 180.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°282



CAPU0282

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 + 2 \times 8 \quad B = 18 + 24 \div 8 \times 3$$

$$C = (10 + 12) \times 2 - 3 \quad D = 4 \times [30 - (8 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 7 - 5 - 2 = 8 \quad 9 \times 4 - 9 \times 4 = 108$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 52 + 17 \times 48 \quad F = 43 \times 11 \quad G = 85 + 12,6 + 15$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$11 \times 11 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

87 ; 121 ; 27 ; 32 ; 100 ; 150

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 4 \quad B = (3 \times 4)^2 - 4$$

$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 6x$ pour $x = 3$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 43 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 23. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 2.
Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°282



CAPU0282

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 12 + 9 \times 8 = 12 + 72 = 84$

$B = (12 + 9) \times 8 = 21 \times 8 = 168$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 - 19$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 19.

$D = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$E = 7^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 162 = 810 \leq 812 < 815 = 5 \times 163$: le quotient est 162, le reste $812 - 810 = 2$.

$812 = 5 \times 162 + 2$, avec $2 < 5$.

$24 \times 94 = 2\,256 \leq 2\,277 < 2\,280 = 24 \times 95$: le quotient est 94, le reste $2\,277 - 2\,256 = 21$.

$2\,277 = 24 \times 94 + 21$, avec $21 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $228 = 10 \times 21 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $228 = 10 \times 23 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $228 = 10 \times 22 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 22, reste 8.

Comme $8 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 228 par 22 : quotient 10, reste 8.

3. $146 = 7 \times 20 + 6$

a) 146 jours font 20 semaines complètes et 6 jours.

Après 20 semaines complètes, on est de nouveau samedi. Il reste à avancer de 6 jours : samedi → dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 146 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 060	oui	non	oui	non	oui
905	non	non	oui	non	non
3 609	non	oui	non	oui	non
141	non	oui	non	non	non
2 374	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°282



CAPU0282

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,060 &\rightarrow 7 + 0 + 6 + 0 = 13 & 905 &\rightarrow 9 + 0 + 5 = 14 & 3\,609 &\rightarrow 3 + 6 + 0 + 9 = 18 \\ 141 &\rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 & 2\,374 &\rightarrow 2 + 3 + 7 + 4 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 8 + \square = 17 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 21$$

Une seule solution : 984.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 369, somme des chiffres 18.

« 9 est un diviseur de 180. » **Vrai.** $180 = 9 \times 20$: le reste de la division de 180 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 + 2 \times 8 = 26 + 16 = 42$

$$B = 18 + 24 \div 8 \times 3 = 18 + 3 \times 3 = 18 + 9 = 27$$

$$C = (10 + 12) \times 2 - 3 = 22 \times 2 - 3 = 44 - 3 = 41$$

$$D = 4 \times [30 - (8 + 4)] = 4 \times [30 - 12] = 4 \times 18 = 72$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 + 7 - (5 - 2) = 4 + 7 - 3 = 11 - 3 = 8$$

$$(9 \times 4 - 9) \times 4 = (36 - 9) \times 4 = 27 \times 4 = 108$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 52 + 17 \times 48 = 17 \times (52 + 48) = 17 \times 100 = 1\,700$$

$$F = 43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 43 \times 10 + 43 \times 1 = 430 + 43 = 473$$

$$G = 85 + 12,6 + 15 = 85 + 15 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2)$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°282



CAPU0282

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 150 : \text{ni l'un ni l'autre} (12^2 = 144 < 150 < 169 = 13^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 4^2 - 4 = 3 \times 16 - 4 = 48 - 4 = 44$$

$$B = (3 \times 4)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 6x = 3^2 + 6 \times 3 = 9 + 6 \times 3 = 9 + 18 = 27$$

$$\text{Pour } x = 0,5 : x^2 + 6x = 0,5^2 + 6 \times 0,5 = 0,25 + 6 \times 0,5 = 0,25 + 3 = 3,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 43 :

$$6^2 = 36 \leq 43 \text{ et } 7^2 = 49 > 43.$$

a) **Elle mettra 6 dalles sur chaque côté.**

$$43 - 36 = 7$$

b) **Il lui restera 7 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 23. » $\rightarrow$ encore 21 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 4, 16.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).