



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°283



CAPU0283

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 4 et du produit de 6 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 4 et 6 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = 12^2 - 95 \quad E = 2 \times 3^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

597 divisé par 9      796 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 224 par 11 ? Justifier.

$$(a) 224 = 11 \times 19 + 15 \quad (b) 224 = 11 \times 20 + 4 \quad (c) 224 = 11 \times 21 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 211 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 7 726  |       |       |       |       |        |
| 2 709  |       |       |       |       |        |
| 237    |       |       |       |       |        |
| 755    |       |       |       |       |        |
| 1 840  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $2\square4$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 83 est un multiple de 5.



## Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 6 + 4 \times 9 \quad B = 6 + 27 \div 9 \times 2$$

$$C = 96 - 2 \times (16 - 8) \quad D = 1,2 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 4 \times 8 + 9 = 77 \quad 3 \times 9 - 5 \times 4 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 101 \quad F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad G = 28 + 7,8 + 72$$

## Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 + 7 + 7 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 4 \times 4^2 = 16^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 28 ; 16 ; 94 ; 78 ; 100

## Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 7 \quad B = (4 \times 2)^2 - 7$$

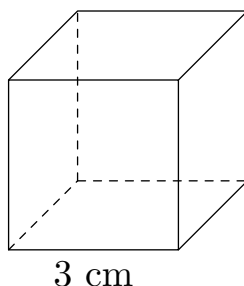
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression  $n^3 + 8$  pour  $n = 3$ , puis pour  $n = 10$ .

## Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 165 et 227. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9. Mon chiffre des unités est 6.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°283



CAPU0283

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 4 + 6 \times 9 = 4 + 54 = 58$

$$B = (4 + 6) \times 9 = 10 \times 9 = 90$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 4^2 + 5^2$  est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 5.

$$D = 12^2 - 95 \text{ est une } \textbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 12 et 95.}$$

$$E = 2 \times 3^2 \text{ est un } \textbf{produit} : \text{c'est le double du carré de 3.}$$

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $9 \times 66 = 594 \leq 597 < 603 = 9 \times 67$  : le quotient est 66, le reste  $597 - 594 = 3$ .

$$597 = 9 \times 66 + 3, \text{ avec } 3 < 9.$$

$$16 \times 49 = 784 \leq 796 < 800 = 16 \times 50 : \text{le quotient est 49, le reste } 796 - 784 = 12.$$

$$796 = 16 \times 49 + 12, \text{ avec } 12 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 11$  » :

(a)  $224 = 11 \times 19 + 15$  : le « reste » 15 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b)  $224 = 11 \times 20 + 4$  : le reste 4 est bien inférieur à 11. ✓

(c)  $224 = 11 \times 21 - 7$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

**C'est l'égalité (b) : quotient 20, reste 4.**

Comme  $4 < 20$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 224 par 20 : quotient 11, reste 4.

3.  $211 = 15 \times 14 + 1$

En 14 soirs, elle lit 210 pages ; il lui en reste encore 1.

**a) Il lui faut  $14 + 1 = 15$  soirs.**

**b) Le dernier soir, elle lit 1 page.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 7 726  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 2 709  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 237    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 755    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 1 840  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°283



CAPU0283

Sommes des chiffres :

$$7\,726 \rightarrow 7 + 7 + 2 + 6 = 22 \quad 2\,709 \rightarrow 2 + 7 + 0 + 9 = 18 \quad 237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12$$
$$755 \rightarrow 7 + 5 + 5 = 17 \quad 1\,840 \rightarrow 1 + 8 + 4 + 0 = 13$$

2. Somme des chiffres :  $2 + \square + 4 = 6 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

**Une seule solution : 234.**

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais  $13 = 3 \times 4 + 1$ . Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 83 est un multiple de 5. » **Faux.**  $83 = 5 \times 16 + 3$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 6 + 4 \times 9 = 6 + 36 = 42$

$$B = 6 + 27 \div 9 \times 2 = 6 + 3 \times 2 = 6 + 6 = 12$$

$$C = 96 - 2 \times (16 - 8) = 96 - 2 \times 8 = 96 - 16 = 80$$

$$D = 1,2 + 5 \times 0,2 = 1,2 + 1 = 2,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 4 \times (8 + 9) = 9 + 4 \times 17 = 9 + 68 = 77$$

$$3 \times (9 - 5) \times 4 = 3 \times 4 \times 4 = 12 \times 4 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 101 = 26 \times (100 + 1) = 26 \times 100 + 26 \times 1 = 2\,600 + 26 = 2\,626$$

$$F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$G = 28 + 7,8 + 72 = 28 + 72 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $6 \times 6 \times 6 = 6^3$      $5 \times 5 = 5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2.  $7^2 = 7 \times 7 = 49$      $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$      $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $2^3 = 3^2$  » **Faux.**  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  et  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$28 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2) \quad 78 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 78 < 81 = 9^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°283



### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 4 \times 2^2 - 7 = 4 \times 4 - 7 = 16 - 7 = 9$

$B = (4 \times 2)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$  : dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $4 \times 2$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe  $\times$  qui était sous-entendu.

Pour  $n = 3$  :  $n^3 + 8 = 3^3 + 8 = 27 + 8 = 35$

Pour  $n = 10$  :  $n^3 + 8 = 10^3 + 8 = 1\,000 + 8 = 1\,008$

### Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 :  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

**a) On voit 9 petits cubes sur une face.**

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes :  $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ .

**b) Il a utilisé 27 petits cubes.**

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $3 - 2 = 1$  petits cubes d'arête.  $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$ .

**c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.**

**Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 165 et 227. »  $\rightarrow$  encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 169, 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 9. »  $\rightarrow$  reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. »  $\rightarrow$  reste : 196.

**Le nombre mystère est 196 ( $196 = 14^2$ ).**