



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°284



CAPU0284

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 15 et 6 par 7.
- **B** est la somme de 15 et du produit de 6 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 2)^2 \quad D = 5 \times (18 - 12) \quad E = 7 + 24 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

820 divisé par 6 2 193 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 189 par 6 ? Justifier.

$$(a) 189 = 6 \times 32 - 3 \quad (b) 189 = 6 \times 30 + 9 \quad (c) 189 = 6 \times 31 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 3 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 597					
3 080					
651					
805					
4 978					

2. Dans le nombre $6\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 65.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°284



CAPU0284

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 9 + 2 \quad B = 13 + 36 \div 4 \times 2$$

$$C = (10 + 2) \times 3 - 9 \quad D = [3 + 5 \times (12 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 5 + 4 \times 5 = 48 \quad 9 + 7 - 5 + 9 = 2$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 \quad F = 2 \times 87 \times 50 \quad G = 32 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 2 + 2 + 2 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 6^2 = 24^2 \quad 1^3 = 1 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

102 ; 1 000 ; 147 ; 36 ; 65 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 1 \quad B = (3 \times 6)^2 - 1$$

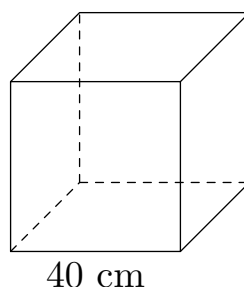
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 6$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 135 et 180.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (15 + 6) \times 7 = 21 \times 7 = 147$

$B = 15 + 6 \times 7 = 15 + 42 = 57$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 2.

$D = 5 \times (18 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 18 et 12.

$E = 7 + 24 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du quotient de 24 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 136 = 816 \leq 820 < 822 = 6 \times 137$: le quotient est 136, le reste $820 - 816 = 4$.

$820 = 6 \times 136 + 4$, avec $4 < 6$.

$21 \times 104 = 2184 \leq 2193 < 2205 = 21 \times 105$: le quotient est 104, le reste $2193 - 2184 = 9$.

$2193 = 21 \times 104 + 9$, avec $9 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $189 = 6 \times 32 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $189 = 6 \times 30 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $189 = 6 \times 31 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 31, reste 3.

Comme $3 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 189 par 31 : quotient 6, reste 3.

3. $52 = 3 \times 17 + 1$, avec $1 < 3$

a) Chaque joueur reçoit 17 cartes.

b) La pioche contient 1 carte.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 3 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 597	non	oui	non	oui	non
3 080	oui	non	oui	non	oui
651	non	oui	non	non	non
805	non	non	oui	non	non
4 978	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°284



CAPU0284

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,597 &\rightarrow 6 + 5 + 9 + 7 = 27 & 3\,080 &\rightarrow 3 + 0 + 8 + 0 = 11 & 651 &\rightarrow 6 + 5 + 1 = 12 \\ 805 &\rightarrow 8 + 0 + 5 = 13 & 4\,978 &\rightarrow 4 + 9 + 7 + 8 = 28 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 8 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 648.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 65. » **Faux.** $65 = 3 \times 21 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 9 + 2 = 26 + 2 = 28$

$$B = 13 + 36 \div 4 \times 2 = 13 + 9 \times 2 = 13 + 18 = 31$$

$$C = (10 + 2) \times 3 - 9 = 12 \times 3 - 9 = 36 - 9 = 27$$

$$D = [3 + 5 \times (12 - 3)] \div 5 = [3 + 5 \times 9] \div 5 = [3 + 45] \div 5 = 48 \div 5 = 9,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + (5 + 4) \times 5 = 3 + 9 \times 5 = 3 + 45 = 48$$

$$9 + 7 - (5 + 9) = 9 + 7 - 14 = 16 - 14 = 2$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 = 2,7 \times (0,8 + 0,2) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 2 \times 87 \times 50 = 2 \times 50 \times 87 = 100 \times 87 = 8\,700$$

$$G = 32 \times 101 = 32 \times (100 + 1) = 32 \times 100 + 32 \times 1 = 3\,200 + 32 = 3\,232$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4 \times 6^2 = 24^2$ » **Faux.** $4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$, alors que $24^2 = 576$. Le carré ne porte que sur 6.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$65 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2) \quad 102 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2)$$

$$147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 1 = 3 \times 36 - 1 = 108 - 1 = 107$

$$B = (3 \times 6)^2 - 1 = 18^2 - 1 = 324 - 1 = 323$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : x^3 + 6 = 3^3 + 6 = 27 + 6 = 33$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 6 = 10^3 + 6 = 1\,000 + 6 = 1\,006$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de $64\,000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 135 et 180. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).