



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°285



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 32 et du quotient de 36 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 32 et 36 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5^2 - 12 \quad D = 2 \times 8^2 \quad E = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

530 divisé par 8 702 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 425 par 13 ? Justifier.

$$(a) 425 = 13 \times 33 - 4 \quad (b) 425 = 13 \times 31 + 22 \quad (c) 425 = 13 \times 32 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 256 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 256 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 921					
7 740					
205					
867					
4 252					

2. Dans le nombre $2\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 94.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°285



CAPU0285

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 62 - 2 \times 5 \quad B = 16 + 10 \div 2 \times 2$$

$$C = 54 - 3 \times (12 - 8) \quad D = 2,3 + 4 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 8 - 4 + 4 = 32 \quad 6 \times 5 + 5 + 9 = 69$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad F = 43 \times 11 \quad G = 33 + 0,75 + 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

83 ; 14 ; 125 ; 108 ; 144 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 4 \quad B = (4 \times 3)^2 - 4$$

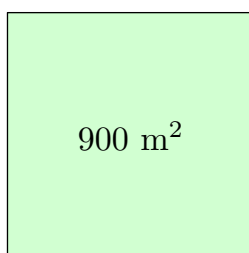
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 6x$ pour $x = 2$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 46.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°285



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 32 + 36 \div 4 = 32 + 9 = 41$

$B = (32 + 36) \div 4 = 68 \div 4 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 - 12$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 12.

$D = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 66 = 528 \leq 530 < 536 = 8 \times 67$: le quotient est 66, le reste $530 - 528 = 2$.

$530 = 8 \times 66 + 2$, avec $2 < 8$.

$17 \times 41 = 697 \leq 702 < 714 = 17 \times 42$: le quotient est 41, le reste $702 - 697 = 5$.

$702 = 17 \times 41 + 5$, avec $5 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $425 = 13 \times 33 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $425 = 13 \times 31 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $425 = 13 \times 32 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 32, reste 9.

Comme $9 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 425 par 32 : quotient 13, reste 9.

3. $256 = 7 \times 36 + 4$

a) 256 jours font 36 semaines complètes et 4 jours.

Après 36 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 4 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 256 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 921	non	oui	non	oui	non
7 740	oui	oui	oui	oui	oui
205	non	non	oui	non	non
867	non	oui	non	non	non
4 252	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°285



CAPU0285

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,921 &\rightarrow 6 + 9 + 2 + 1 = 18 & 7\,740 &\rightarrow 7 + 7 + 4 + 0 = 18 & 205 &\rightarrow 2 + 0 + 5 = 7 \\ 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 & 4\,252 &\rightarrow 4 + 2 + 5 + 2 = 13 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 4 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 234.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 7 est un diviseur de 94. » **Faux.** $94 = 7 \times 13 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 62 - 2 \times 5 = 62 - 10 = 52$

$$B = 16 + 10 \div 2 \times 2 = 16 + 5 \times 2 = 16 + 10 = 26$$

$$C = 54 - 3 \times (12 - 8) = 54 - 3 \times 4 = 54 - 12 = 42$$

$$D = 2,3 + 4 \times 1,5 = 2,3 + 6 = 8,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (8 - 4) + 4 = 7 \times 4 + 4 = 28 + 4 = 32$$

$$6 \times (5 + 5) + 9 = 6 \times 10 + 9 = 60 + 9 = 69$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 43 \times 10 + 43 \times 1 = 430 + 43 = 473$$

$$G = 33 + 0,75 + 67 = 33 + 67 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$ » **Faux.** $(1 + 3)^2 = 4^2 = 16$, alors que $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$14 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2) \quad 108 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°285



CAPU0285

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 4 = 4 \times 9 - 4 = 36 - 4 = 32$

$$B = (4 \times 3)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 6x = 2^2 + 6 \times 2 = 4 + 6 \times 2 = 4 + 12 = 16$$

$$\text{Pour } x = 0,5 : x^2 + 6x = 0,5^2 + 6 \times 0,5 = 0,25 + 6 \times 0,5 = 0,25 + 3 = 3,25$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) **Le côté mesure 30 m.**

$$4 \times 30 = 120$$

b) **Le périmètre est de 120 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 46. » → encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Mon chiffre des unités est 5. » → reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).