



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°286



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 20 et 4 par 2.
- **B** est la différence entre 20 et le produit de 4 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 15 + 3 \times 4 \quad D = 2 \times 4^2 \quad E = 2 \times 3^2 - 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

611 divisé par 3 301 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 79 par 8 ? Justifier.

$$(a) 79 = 8 \times 9 + 7 \quad (b) 79 = 8 \times 8 + 15 \quad (c) 79 = 8 \times 10 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 94 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921					
8 181					
545					
2 564					
6 440					

2. Dans le nombre $9\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 70.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°286



CAPU0286

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 + 8 \times 4 \quad B = 20 + 48 \div 6 \times 4$$

$$C = (4 + 5) \times 6 - 4 \quad D = 5 \times [23 - (5 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 \times 8 + 6 = 92 \quad 2 \times 9 \times 8 + 7 = 158$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 29 + 27 \times 71 \quad F = 25 \times 11 \quad G = 4 \times 79 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 49 ; 112 ; 41 ; 1 000 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 6 \quad B = (5 \times 6)^2 - 6$$

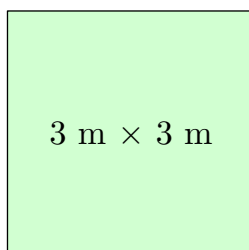
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 8$ et $B = (3x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 12 et 57. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°286



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 - 4) \times 2 = 16 \times 2 = 32$

$B = 20 - 4 \times 2 = 20 - 8 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 15 + 3 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 3 par 4.

$D = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

$E = 2 \times 3^2 - 3$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 3 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 203 = 609 \leq 611 < 612 = 3 \times 204$: le quotient est 203, le reste $611 - 609 = 2$.

$611 = 3 \times 203 + 2$, avec $2 < 3$.

$29 \times 10 = 290 \leq 301 < 319 = 29 \times 11$: le quotient est 10, le reste $301 - 290 = 11$.

$301 = 29 \times 10 + 11$, avec $11 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $79 = 8 \times 9 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $79 = 8 \times 8 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $79 = 8 \times 10 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 7.

Comme $7 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 79 par 9 : quotient 8, reste 7.

3. $94 = 16 \times 5 + 14$

5 minibus pleins transportent 80 élèves ; il en reste 14 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 14 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°286



CAPU0286

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
921	non	oui	non	non	non
8 181	non	oui	non	oui	non
545	non	non	oui	non	non
2 564	oui	non	non	non	non
6 440	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 \quad 8\,181 \rightarrow 8 + 1 + 8 + 1 = 18 \quad 545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14$$

$$2\,564 \rightarrow 2 + 5 + 6 + 4 = 17 \quad 6\,440 \rightarrow 6 + 4 + 4 + 0 = 14$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 2 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 912, 942, 972.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 70. » **Vrai**. $70 = 5 \times 14$: le reste de la division de 70 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 + 8 \times 4 = 23 + 32 = 55$

$$B = 20 + 48 \div 6 \times 4 = 20 + 8 \times 4 = 20 + 32 = 52$$

$$C = (4 + 5) \times 6 - 4 = 9 \times 6 - 4 = 54 - 4 = 50$$

$$D = 5 \times [23 - (5 + 8)] = 5 \times [23 - 13] = 5 \times 10 = 50$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 6 \times (8 + 6) = 8 + 6 \times 14 = 8 + 84 = 92$$

$$2 \times (9 \times 8 + 7) = 2 \times (72 + 7) = 2 \times 79 = 158$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 29 + 27 \times 71 = 27 \times (29 + 71) = 27 \times 100 = 2\,700$$

$$F = 25 \times 11 = 25 \times (10 + 1) = 25 \times 10 + 25 \times 1 = 250 + 25 = 275$$

$$G = 4 \times 79 \times 25 = 4 \times 25 \times 79 = 100 \times 79 = 7\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°286



CAPU0286

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$ » **Faux**. $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$, alors que $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$36 = 6^2$: **carré** 41 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2$)

$49 = 7^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

112 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 6 = 5 \times 36 - 6 = 180 - 6 = 174$

$B = (5 \times 6)^2 - 6 = 30^2 - 6 = 900 - 6 = 894$

$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3x^2 - 8 = 3 \times 3^2 - 8 = 3 \times 9 - 8 = 27 - 8 = 19$

$B = (3x)^2 - 8 = (3 \times 3)^2 - 8 = 9^2 - 8 = 81 - 8 = 73$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$3 \times 2 = 6$

a) **Il faut 6 carreaux le long d'un côté.**

6 rangées de 6 carreaux : $6^2 = 6 \times 6 = 36$

b) **Il faut 36 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 12 et 57. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).