



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°287



CAPU0287

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du quotient de 12 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 14 et 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^3 \quad E = (31 + 1) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

888 divisé par 9 2 094 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 408 par 10 ? Justifier.

$$(a) 408 = 10 \times 39 + 18 \quad (b) 408 = 10 \times 41 - 2 \quad (c) 408 = 10 \times 40 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 105 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 310					
365					
6 928					
627					
1 683					

2. Dans le nombre $23\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 113 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°287



CAPU0287

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 75 - 5 \times 7 \quad B = 54 \div 9 \times 3$$

$$C = (10 + 7) \times 6 - 6 \quad D = 5 \times [37 - (6 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 2 \times 8 - 9 = 63 \quad 4 \times 9 - 3 + 4 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 37 \times 11 \quad F = 15 \times 84 + 15 \times 16 \quad G = 8 \times 82 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 8 \times 8 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 1^3 = 1 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

143 ; 10 ; 16 ; 27 ; 25 ; 136

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 3 \quad B = (4 \times 4)^2 - 3$$

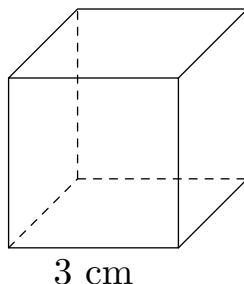
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 6)^2$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



3 cm

a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 148 et 199.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°287



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 12 \div 2 = 14 + 6 = 20$

$$B = (14 + 12) \div 2 = 26 \div 2 = 13$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 1.

$$D = (3 + 1)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 1.}$$

$$E = (31 + 1) \div 8 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 31 et 1 par 8.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 98 = 882 \leq 888 < 891 = 9 \times 99$: le quotient est 98, le reste $888 - 882 = 6$.

$$888 = 9 \times 98 + 6, \text{ avec } 6 < 9.$$

$$27 \times 77 = 2\,079 \leq 2\,094 < 2\,106 = 27 \times 78 : \text{le quotient est 77, le reste } 2\,094 - 2\,079 = 15.$$

$$2\,094 = 27 \times 77 + 15, \text{ avec } 15 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $408 = 10 \times 39 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $408 = 10 \times 41 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $408 = 10 \times 40 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 40, reste 8.

Comme $8 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 408 par 40 : quotient 10, reste 8.

3. $105 = 12 \times 8 + 9$

8 minibus pleins transportent 96 élèves ; il en reste 9 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 9 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°287



CAPU0287

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 310	oui	non	oui	non	oui
365	non	non	oui	non	non
6 928	oui	non	non	non	non
627	non	oui	non	non	non
1 683	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$6\,310 \rightarrow 6 + 3 + 1 + 0 = 10 \quad 365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 6\,928 \rightarrow 6 + 9 + 2 + 8 = 25$$

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 1\,683 \rightarrow 1 + 6 + 8 + 3 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 3 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 234.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 657, somme des chiffres 18.

« 113 est un multiple de 6. » **Faux**. $113 = 6 \times 18 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 75 - 5 \times 7 = 75 - 35 = 40$

$$B = 54 \div 9 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (10 + 7) \times 6 - 6 = 17 \times 6 - 6 = 102 - 6 = 96$$

$$D = 5 \times [37 - (6 + 4)] = 5 \times [37 - 10] = 5 \times 27 = 135$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (2 \times 8 - 9) = 9 \times (16 - 9) = 9 \times 7 = 63$$

$$4 \times (9 - 3) + 4 = 4 \times 6 + 4 = 24 + 4 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 37 \times 11 = 37 \times (10 + 1) = 37 \times 10 + 37 \times 1 = 370 + 37 = 407$$

$$F = 15 \times 84 + 15 \times 16 = 15 \times (84 + 16) = 15 \times 100 = 1\,500$$

$$G = 8 \times 82 \times 125 = 8 \times 125 \times 82 = 1\,000 \times 82 = 82\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°287



CAPU0287

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $8 \times 8 = 8^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

10 : ni l'un ni l'autre ($3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2$) $16 = 4^2$: **carré**

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

136 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2$) 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$

$B = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$

$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $(x + 6)^2 = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$

Pour $x = 10$: $(x + 6)^2 = (10 + 6)^2 = 16^2 = 256$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 148 et 199. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).