



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°288



CAPU0288

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 47 - 7 \times 4 \quad \mathbf{D} = (2 \times 3)^2 \quad \mathbf{E} = 13 + 32 \div 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

778 divisé par 6 2 424 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 353 par 9 ? Justifier.

$$(a) 353 = 9 \times 39 + 2 \quad (b) 353 = 9 \times 38 + 11 \quad (c) 353 = 9 \times 40 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 33 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 880					
1 232					
9 639					
501					
485					

2. Dans le nombre $6\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 150 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°288



CAPU0288

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 74 - 3 \times 4 \quad B = 54 \div 6 \times 4$$

$$C = (7 \times 7 - 8) \div 5 \quad D = [4 + 2 \times (8 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 2 + 2 + 2 = 3 \quad 2 \times 6 + 4 \times 3 = 60$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 + 12,6 + 55 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 43 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 11 \times 11 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3^2 = 6 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 81 ; 119 ; 126 ; 123 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 1 \quad B = (5 \times 2)^2 - 1$$

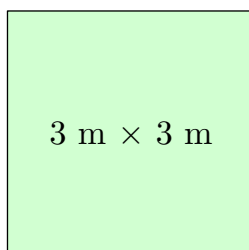
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 42 et 89. Je suis le carré d'un nombre entier.
Je suis le cube d'un nombre entier.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 47 - 7 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 47 et le produit de 7 par 4.

$D = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$E = 13 + 32 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 32 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 129 = 774 \leq 778 < 780 = 6 \times 130$: le quotient est 129, le reste $778 - 774 = 4$.

$$778 = 6 \times 129 + 4, \text{ avec } 4 < 6.$$

$17 \times 142 = 2\,414 \leq 2\,424 < 2\,431 = 17 \times 143$: le quotient est 142, le reste $2\,424 - 2\,414 = 10$.

$$2\,424 = 17 \times 142 + 10, \text{ avec } 10 < 17.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $353 = 9 \times 39 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $353 = 9 \times 38 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $353 = 9 \times 40 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 39, reste 2.

Comme $2 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 353 par 39 : quotient 9, reste 2.

3. $33 = 8 \times 4 + 1$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 1 = 7$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 880	oui	non	oui	non	oui
1 232	oui	non	non	non	non
9 639	non	oui	non	oui	non
501	non	oui	non	non	non
485	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$1\ 880 \rightarrow 1 + 8 + 8 + 0 = 17 \quad 1\ 232 \rightarrow 1 + 2 + 3 + 2 = 8 \quad 9\ 639 \rightarrow 9 + 6 + 3 + 9 = 27$$

$$501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 485 \rightarrow 4 + 8 + 5 = 17$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 5 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 615, 645, 675.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 150 est un multiple de 6. » **Vrai**. $150 = 6 \times 25$: le reste de la division de 150 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 74 - 3 \times 4 = 74 - 12 = 62$

$$B = 54 \div 6 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (7 \times 7 - 8) \div 5 = (49 - 8) \div 5 = 41 \div 5 = 8,2$$

$$D = [4 + 2 \times (8 - 3)] \div 5 = [4 + 2 \times 5] \div 5 = [4 + 10] \div 5 = 14 \div 5 = 2,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 - (2 + 2 + 2) = 9 - (4 + 2) = 9 - 6 = 3$$

$$2 \times (6 + 4) \times 3 = 2 \times 10 \times 3 = 20 \times 3 = 60$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 + 12,6 + 55 = 45 + 55 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 43 \times 101 = 43 \times (100 + 1) = 43 \times 100 + 43 \times 1 = 4\ 300 + 43 = 4\ 343$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°288



CAPU0288

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $3^2 = 6$ » **Faux**. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $81 = 9^2$: **carré**

$100 = 10^2$: **carré** 119 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2$)

123 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2$) 126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 1 = 5 \times 4 - 1 = 20 - 1 = 19$

$B = (5 \times 2)^2 - 1 = 10^2 - 1 = 100 - 1 = 99$

$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 2$: $2n^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$3 \times 5 = 15$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

15 rangées de 15 carreaux : $15^2 = 15 \times 15 = 225$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 42 et 89. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).