



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°289



CAPU0289

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 24 - 3 \times 7 \quad D = (4 + 2) \times 2 \quad E = (5 + 3) \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

109 divisé par 7 2 110 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 156 par 7 ? Justifier.

$$(a) 156 = 7 \times 21 + 9 \quad (b) 156 = 7 \times 22 + 2 \quad (c) 156 = 7 \times 23 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 213 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 470					
717					
5 049					
445					
1 034					

2. Dans le nombre $86\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 129.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°289



CAPU0289

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 63 - 4 \times 9 \quad B = 20 \div 4 \times 5$$

$$C = 88 - 2 \times (14 - 8) \quad D = [6 + 2 \times (7 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 2 \times 8 \times 8 = 144 \quad 4 \times 3 \times 5 - 8 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 33 \times 99 \quad F = 86 + 5,05 + 14 \quad G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 144 ; 125 ; 32 ; 64 ; 104

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 2 \quad B = (2 \times 2)^2 - 2$$

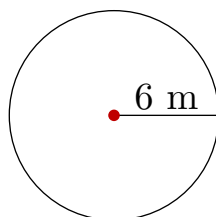
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 2 = 3n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 50 et 94.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°289



CAPU0289

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 24 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 3 par 7.

$D = (4 + 2) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 4 et 2 par 2.

$E = (5 + 3) \div 2$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 5 et 3 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 15 = 105 \leq 109 < 112 = 7 \times 16$: le quotient est 15, le reste $109 - 105 = 4$.

$109 = 7 \times 15 + 4$, avec $4 < 7$.

$27 \times 78 = 2\,106 \leq 2\,110 < 2\,133 = 27 \times 79$: le quotient est 78, le reste $2\,110 - 2\,106 = 4$.

$2\,110 = 27 \times 78 + 4$, avec $4 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $156 = 7 \times 21 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $156 = 7 \times 22 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $156 = 7 \times 23 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 22, reste 2.

Comme $2 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 156 par 22 : quotient 7, reste 2.

3. $213 = 15 \times 14 + 3$

En 14 soirs, elle lit 210 pages ; il lui en reste encore 3.

a) Il lui faut $14 + 1 = 15$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 3 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 470	oui	non	oui	non	oui
717	non	oui	non	non	non
5 049	non	oui	non	oui	non
445	non	non	oui	non	non
1 034	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°289



CAPU0289

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,470 &\rightarrow 2 + 4 + 7 + 0 = 13 & 717 &\rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 & 5\,049 &\rightarrow 5 + 0 + 4 + 9 = 18 \\ 445 &\rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 & 1\,034 &\rightarrow 1 + 0 + 3 + 4 = 8 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 6 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 864.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 129. » **Faux.** $129 = 8 \times 16 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 63 - 4 \times 9 = 63 - 36 = 27$

$$B = 20 \div 4 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = 88 - 2 \times (14 - 8) = 88 - 2 \times 6 = 88 - 12 = 76$$

$$D = [6 + 2 \times (7 - 2)] \div 2 = [6 + 2 \times 5] \div 2 = [6 + 10] \div 2 = 16 \div 2 = 8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 2 \times 8) \times 8 = (2 + 16) \times 8 = 18 \times 8 = 144$$

$$4 \times (3 \times 5 - 8) = 4 \times (15 - 8) = 4 \times 7 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 33 \times 99 = 33 \times (100 - 1) = 33 \times 100 - 33 \times 1 = 3\,300 - 33 = 3\,267$$

$$F = 86 + 5,05 + 14 = 86 + 14 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

$$\text{« } (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (3 + 1)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2) \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 2 = 2 \times 4 - 2 = 8 - 2 = 6$

$$B = (2 \times 2)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 2 = 5^2 + 2 = 25 + 2 = 27 \text{ et } 3n = 3 \times 5 = 15.$$

27 $\neq$ 15 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3 \text{ et } 3n = 3 \times 1 = 3.$$

3 = 3 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est **$36\pi \text{ m}^2$** .

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ **113 m^2** .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 50 et 94. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).