



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°29



CAPU0029

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du quotient de 12 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 14 et 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^3 \quad D = (11 + 34) \div 5 \quad E = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

902 divisé par 6 2 444 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 320 par 9 ? Justifier.

$$(a) 320 = 9 \times 36 - 4 \quad (b) 320 = 9 \times 35 + 5 \quad (c) 320 = 9 \times 34 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 232 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 710					
627					
7 676					
395					
1 791					

2. Dans le nombre $66\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 150 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°29



CAPU0029

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 5 \times 9 \quad B = 45 \div 9 \times 3$$

$$C = 61 - 4 \times (12 - 4) \quad D = 5 \times [21 - (9 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 5 - 8 - 5 = 22 \quad 7 + 8 \times 9 + 6 = 141$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad F = 8 \times 37 \times 125 \quad G = 15 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 5^2 = 10^2 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 25 ; 147 ; 41 ; 100 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 6 \quad B = (5 \times 3)^2 - 6$$

$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 29 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 18 et 62.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 12 \div 2 = 14 + 6 = 20$

$B = (14 + 12) \div 2 = 26 \div 2 = 13$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$D = (11 + 34) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 11 et 34 par 5.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 150 = 900 \leq 902 < 906 = 6 \times 151$: le quotient est 150, le reste $902 - 900 = 2$.

$902 = 6 \times 150 + 2$, avec $2 < 6$.

$24 \times 101 = 2\,424 \leq 2\,444 < 2\,448 = 24 \times 102$: le quotient est 101, le reste $2\,444 - 2\,424 = 20$.

$2\,444 = 24 \times 101 + 20$, avec $20 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $320 = 9 \times 36 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $320 = 9 \times 35 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $320 = 9 \times 34 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 5.

Comme $5 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 320 par 35 : quotient 9, reste 5.

3. $232 = 20 \times 11 + 12$

En 11 soirs, elle lit 220 pages ; il lui en reste encore 12.

a) **Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 12 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 710	oui	non	oui	non	oui
627	non	oui	non	non	non
7 676	oui	non	non	non	non
395	non	non	oui	non	non
1 791	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°29



CAPU0029

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,710 &\rightarrow 3 + 7 + 1 + 0 = 11 & 627 &\rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 & 7\,676 &\rightarrow 7 + 6 + 7 + 6 = 26 \\ 395 &\rightarrow 3 + 9 + 5 = 17 & 1\,791 &\rightarrow 1 + 7 + 9 + 1 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 6 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 660.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 33 est divisible par 3 ($33 = 3 \times 11$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 150 est un multiple de 5. » **Vrai.** $150 = 5 \times 30$: le reste de la division de 150 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 5 \times 9 = 12 + 45 = 57$

$$B = 45 \div 9 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = 61 - 4 \times (12 - 4) = 61 - 4 \times 8 = 61 - 32 = 29$$

$$D = 5 \times [21 - (9 + 6)] = 5 \times [21 - 15] = 5 \times 6 = 30$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 5 - (8 - 5) = 5 \times 5 - 3 = 25 - 3 = 22$$

$$(7 + 8) \times 9 + 6 = 15 \times 9 + 6 = 135 + 6 = 141$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 8 \times 37 \times 125 = 8 \times 125 \times 37 = 1\,000 \times 37 = 37\,000$$

$$G = 15 \times 99 = 15 \times (100 - 1) = 15 \times 100 - 15 \times 1 = 1\,500 - 15 = 1\,485$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2 \times 5^2 = 10^2$ » **Faux.** $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$, alors que $10^2 = 100$. Le carré ne porte que sur 5.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°29



CAPU0029

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 5 \times 3^2 - 6 = 5 \times 9 - 6 = 45 - 6 = 39$$

$$B = (5 \times 3)^2 - 6 = 15^2 - 6 = 225 - 6 = 219$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 12 = 2^2 + 12 = 4 + 12 = 16 \text{ et } 8n = 8 \times 2 = 16.$$

16 = 16 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37 \text{ et } 8n = 8 \times 5 = 40.$$

37 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 2 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 29 :

$$5^2 = 25 \leq 29 \text{ et } 6^2 = 36 > 29.$$

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$$29 - 25 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 18 et 62. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).