



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°290



CAPU0290

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 36 et du quotient de 8 par 4.
- **B** est le quotient de la somme de 36 et 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 3)^2 \quad D = 25 - 3 \times 5 \quad E = 2 \times 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

622 divisé par 9 1 968 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 230 par 9 ? Justifier.

$$(a) 230 = 9 \times 25 + 5 \quad (b) 230 = 9 \times 26 - 4 \quad (c) 230 = 9 \times 24 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 58 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 633					
651					
7 688					
545					
2 980					

2. Dans le nombre $19\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 112 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°290



CAPU0290

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 36 - 8 + 13 \quad B = 6 + 32 \div 4 \times 4$$

$$C = 90 - 5 \times (10 - 2) \quad D = 4,3 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 + 7 - 3 = 81 \quad 9 + 5 \times 8 + 7 = 119$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 30 \times 5 \quad F = 26 \times 99 \quad G = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 11 \times 11 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad 3^2 = 6 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

51 ; 27 ; 64 ; 16 ; 49 ; 56

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 1 \quad B = (3 \times 6)^2 - 1$$

$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 7$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 83 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°290



CAPU0290

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 36 + 8 \div 4 = 36 + 2 = 38$

$B = (36 + 8) \div 4 = 44 \div 4 = 11$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 3.

$D = 25 - 3 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 3 par 5.

$E = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 69 = 621 \leq 622 < 630 = 9 \times 70$: le quotient est 69, le reste $622 - 621 = 1$.

$622 = 9 \times 69 + 1$, avec $1 < 9$.

$29 \times 67 = 1\,943 \leq 1\,968 < 1\,972 = 29 \times 68$: le quotient est 67, le reste $1\,968 - 1\,943 = 25$.

$1\,968 = 29 \times 67 + 25$, avec $25 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $230 = 9 \times 25 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $230 = 9 \times 26 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $230 = 9 \times 24 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 25, reste 5.

Comme $5 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 230 par 25 : quotient 9, reste 5.

3. $58 = 12 \times 4 + 10$, avec $10 < 12$

a) Elle remplit 4 boîtes pleines.

b) Il reste 10 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 633	non	oui	non	oui	non
651	non	oui	non	non	non
7 688	oui	non	non	non	non
545	non	non	oui	non	non
2 980	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°290



CAPU0290

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\ 633 &\rightarrow 6 + 6 + 3 + 3 = 18 & 651 &\rightarrow 6 + 5 + 1 = 12 & 7\ 688 &\rightarrow 7 + 6 + 8 + 8 = 29 \\ 545 &\rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 & 2\ 980 &\rightarrow 2 + 9 + 8 + 0 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 9 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 195.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 86 est pair mais $86 = 3 \times 28 + 2$.
« 112 est un multiple de 4. » **Vrai.** $112 = 4 \times 28$: le reste de la division de 112 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 36 - 8 + 13 = 28 + 13 = 41$

$$B = 6 + 32 \div 4 \times 4 = 6 + 8 \times 4 = 6 + 32 = 38$$

$$C = 90 - 5 \times (10 - 2) = 90 - 5 \times 8 = 90 - 40 = 50$$

$$D = 4,3 + 5 \times 1,2 = 4,3 + 6 = 10,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (7 + 7) - 3 = 6 \times 14 - 3 = 84 - 3 = 81$$

$$(9 + 5) \times 8 + 7 = 14 \times 8 + 7 = 112 + 7 = 119$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000. ...

$$E = 2 \times 30 \times 5 = 2 \times 5 \times 30 = 10 \times 30 = 300$$

$$F = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\ 600 - 26 = 2\ 574$$

$$G = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$

$$56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°290



CAPU0290

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 1 = 3 \times 36 - 1 = 108 - 1 = 107$

$$B = (3 \times 6)^2 - 1 = 18^2 - 1 = 324 - 1 = 323$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 7 : n^2 + 20 = 7^2 + 20 = 49 + 20 = 69 \text{ et } 9n = 9 \times 7 = 63.$$

$69 \neq 63$: l'égalité est fausse pour $n = 7$.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45 \text{ et } 9n = 9 \times 5 = 45.$$

$45 = 45$: l'égalité est vraie pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 83 :

$$9^2 = 81 \leq 83 \text{ et } 10^2 = 100 > 83.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$83 - 81 = 2$$

b) Il lui restera 2 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 60. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).