



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°291



CAPU0291

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 21 et le produit de 5 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 21 et 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 + 4 \times 5 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = 2 \times 7^2 - 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

165 divisé par 6 1 123 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 207 par 8 ? Justifier.

$$(a) 207 = 8 \times 24 + 15 \quad (b) 207 = 8 \times 26 - 1 \quad (c) 207 = 8 \times 25 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 86 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507					
8 289					
4 168					
365					
3 360					

2. Dans le nombre $14\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 75.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°291



CAPU0291

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 32 - 2 + 4 \quad B = 6 \times 4 - 5 \times 2$$

$$C = (5 + 8) \times 5 - 5 \quad D = [2 + 7 \times (12 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 2 + 6 + 6 = 84 \quad 4 \times 9 + 3 + 3 = 60$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad F = 33 \times 99 \quad G = 17 + 3,45 + 83$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 6 + 6 + 6 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3 \times 6^2 = 18^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

69 ; 97 ; 64 ; 100 ; 125 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 6 \quad B = (3 \times 3)^2 - 6$$

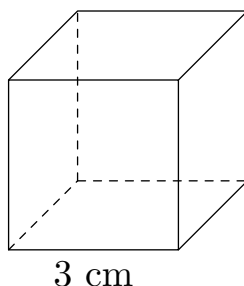
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 9$ et $B = (3a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 21 et 69.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 21 - 5 \times 2 = 21 - 10 = 11$

$B = (21 - 5) \times 2 = 16 \times 2 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 + 4 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 4 par 5.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = 2 \times 7^2 - 3$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 7 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 27 = 162 \leq 165 < 168 = 6 \times 28$: le quotient est 27, le reste $165 - 162 = 3$.

$165 = 6 \times 27 + 3$, avec $3 < 6$.

$18 \times 62 = 1\,116 \leq 1\,123 < 1\,134 = 18 \times 63$: le quotient est 62, le reste $1\,123 - 1\,116 = 7$.

$1\,123 = 18 \times 62 + 7$, avec $7 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $207 = 8 \times 24 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $207 = 8 \times 26 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $207 = 8 \times 25 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 25, reste 7.

Comme $7 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 207 par 25 : quotient 8, reste 7.

3. $86 = 15 \times 5 + 11$

5 minibus pleins transportent 75 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 11 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°291



CAPU0291

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507	non	oui	non	non	non
8 289	non	oui	non	oui	non
4 168	oui	non	non	non	non
365	non	non	oui	non	non
3 360	oui	oui	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 \quad 8\,289 \rightarrow 8 + 2 + 8 + 9 = 27 \quad 4\,168 \rightarrow 4 + 1 + 6 + 8 = 19$$

$$365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 3\,360 \rightarrow 3 + 3 + 6 + 0 = 12$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 4 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 144.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 162, somme des chiffres 9.

« 3 est un diviseur de 75. » **Vrai**. $75 = 3 \times 25$: le reste de la division de 75 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 32 - 2 + 4 = 30 + 4 = 34$

$$B = 6 \times 4 - 5 \times 2 = 24 - 10 = 14$$

$$C = (5 + 8) \times 5 - 5 = 13 \times 5 - 5 = 65 - 5 = 60$$

$$D = [2 + 7 \times (12 - 2)] \div 5 = [2 + 7 \times 10] \div 5 = [2 + 70] \div 5 = 72 \div 5 = 14,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (2 + 6 + 6) = 6 \times (8 + 6) = 6 \times 14 = 84$$

$$4 \times (9 + 3 + 3) = 4 \times (12 + 3) = 4 \times 15 = 60$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 33 \times 99 = 33 \times (100 - 1) = 33 \times 100 - 33 \times 1 = 3\,300 - 33 = 3\,267$$

$$G = 17 + 3,45 + 83 = 17 + 83 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°291



CAPU0291

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux**. $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 69 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2$)

97 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2$) $100 = 10^2$: **carré**

$125 = 5^3$: **cube** $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 6 = 3 \times 9 - 6 = 27 - 6 = 21$

$B = (3 \times 3)^2 - 6 = 9^2 - 6 = 81 - 6 = 75$

$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 9 = 3 \times 5^2 - 9 = 3 \times 25 - 9 = 75 - 9 = 66$

$B = (3a)^2 - 9 = (3 \times 5)^2 - 9 = 15^2 - 9 = 225 - 9 = 216$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $3a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 21 et 69. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°291



CAPU0291

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).