



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°292



CAPU0292

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 7 et de 3.
- **B** est le carré de la somme de 7 et 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 6)^2 \quad D = 24 - 3 \times 3 \quad E = 9^2 + 2^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$850 \text{ divisé par } 9 \quad 899 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 170 par 7 ? Justifier.

$$(a) 170 = 7 \times 25 - 5 \quad (b) 170 = 7 \times 23 + 9 \quad (c) 170 = 7 \times 24 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237					
295					
7 712					
3 320					
8 019					

2. Dans le nombre $9\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 76 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°292



CAPU0292

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 3 + 2 \quad B = 6 + 36 \div 9 \times 3$$

$$C = (8 \times 5 - 4) \div 4 \quad D = [4 + 7 \times (11 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 5 \times 4 + 9 = 174 \quad 9 \times 7 - 4 + 4 = 55$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 35 \times 11 \quad F = 16 + 0,75 + 84 \quad G = 31 \times 57 - 31 \times 47$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 4 \times 3^2 = 12^2 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 125 ; 107 ; 36 ; 61 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 2 \quad B = (3 \times 2)^2 - 2$$

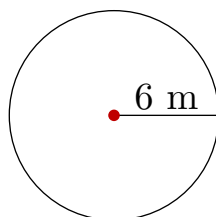
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 6 et 38.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°292



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

$B = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$D = 24 - 3 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 3 par 3.

$E = 9^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 94 = 846 \leq 850 < 855 = 9 \times 95$: le quotient est 94, le reste $850 - 846 = 4$.

$850 = 9 \times 94 + 4$, avec $4 < 9$.

$22 \times 40 = 880 \leq 899 < 902 = 22 \times 41$: le quotient est 40, le reste $899 - 880 = 19$.

$899 = 22 \times 40 + 19$, avec $19 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $170 = 7 \times 25 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $170 = 7 \times 23 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $170 = 7 \times 24 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 24, reste 2.

Comme $2 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 170 par 24 : quotient 7, reste 2.

3. $54 = 8 \times 6 + 6$, avec $6 < 8$

a) **Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

b) **La pioche contient 6 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237	non	oui	non	non	non
295	non	non	oui	non	non
7 712	oui	non	non	non	non
3 320	oui	non	oui	non	oui
8 019	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°292



CAPU0292

Sommes des chiffres :

$$237 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \quad 295 \rightarrow 2 + 9 + 5 = 16 \quad 7\,712 \rightarrow 7 + 7 + 1 + 2 = 17$$
$$3\,320 \rightarrow 3 + 3 + 2 + 0 = 8 \quad 8\,019 \rightarrow 8 + 0 + 1 + 9 = 18$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 9 = 18 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 18; \square = 9 : 27$$

2 solutions : 909, 999.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 76 est un multiple de 3. » **Faux.** $76 = 3 \times 25 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 3 + 2 = 45 + 2 = 47$

$$B = 6 + 36 \div 9 \times 3 = 6 + 4 \times 3 = 6 + 12 = 18$$

$$C = (8 \times 5 - 4) \div 4 = (40 - 4) \div 4 = 36 \div 4 = 9$$

$$D = [4 + 7 \times (11 - 1)] \div 2 = [4 + 7 \times 10] \div 2 = [4 + 70] \div 2 = 74 \div 2 = 37$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (5 \times 4 + 9) = 6 \times (20 + 9) = 6 \times 29 = 174$$

$$9 \times 7 - (4 + 4) = 9 \times 7 - 8 = 63 - 8 = 55$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 35 \times 11 = 35 \times (10 + 1) = 35 \times 10 + 35 \times 1 = 350 + 35 = 385$$

$$F = 16 + 0,75 + 84 = 16 + 84 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 31 \times 57 - 31 \times 47 = 31 \times (57 - 47) = 31 \times 10 = 310$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $3 \times 3 = 3^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 4 \times 3^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10$

$$B = (3 \times 2)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 3$: $n^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ et $4n = 4 \times 3 = 12$.

12 = 12 : l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 3 = 6^2 + 3 = 36 + 3 = 39$ et $4n = 4 \times 6 = 24$.

39 $\neq$ 24 : l'égalité est fausse pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est **$36\pi \text{ m}^2$** .

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ **113 m^2** .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 6 et 38. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).