



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°293



CAPU0293

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 14 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 14 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 12^2 - 130 \quad D = (7 + 3) \div 2 \quad E = 3 + 6 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

939 divisé par 7 1 917 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 142 par 8 ? Justifier.

$$(a) 142 = 8 \times 16 + 14 \quad (b) 142 = 8 \times 18 - 2 \quad (c) 142 = 8 \times 17 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 67 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
357					
5 050					
6 514					
965					
2 187					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 60.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°293



CAPU0293

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 47 - 10 + 13 \quad B = 6 \times 7 - 4 \times 6$$

$$C = 59 - 3 \times (10 - 4) \quad D = 3 \times [38 - (5 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 - 3 + 3 + 5 = 6 \quad 3 \times 9 \times 3 - 2 = 75$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 99 \quad F = 26 \times 17 + 26 \times 83 \quad G = 4 \times 69 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 6 \times 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 125 ; 49 ; 86 ; 144 ; 40

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 3 \quad B = (4 \times 3)^2 - 3$$

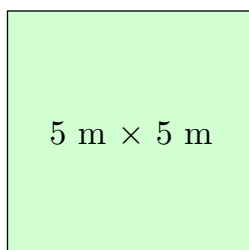
$$C = 1^2 + 2^2 \quad D = (1 + 2)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 1$ et $B = (2a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 213.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 - 2 \times 5 = 14 - 10 = 4$

$$B = (14 - 2) \times 5 = 12 \times 5 = 60$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12^2 - 130$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 130.

$$D = (7 + 3) \div 2 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 7 et 3 par 2.}$$

$$E = 3 + 6 \times 7 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 3 et du produit de 6 par 7.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 134 = 938 \leq 939 < 945 = 7 \times 135$: le quotient est 134, le reste $939 - 938 = 1$.

$$\mathbf{939 = 7 \times 134 + 1}, \text{ avec } 1 < 7.$$

$$17 \times 112 = 1\,904 \leq 1\,917 < 1\,921 = 17 \times 113 : \text{le quotient est 112, le reste } 1\,917 - 1\,904 = 13.$$

$$\mathbf{1\,917 = 17 \times 112 + 13}, \text{ avec } 13 < 17.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $142 = 8 \times 16 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $142 = 8 \times 18 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $142 = 8 \times 17 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 17, reste 6.

Comme $6 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 142 par 17 : quotient 8, reste 6.

3. $67 = 12 \times 5 + 7$

5 minibus pleins transportent 60 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 7 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
357	non	oui	non	non	non
5 050	oui	non	oui	non	oui
6 514	oui	non	non	non	non
965	non	non	oui	non	non
2 187	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$357 \rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \quad 5\ 050 \rightarrow 5 + 0 + 5 + 0 = 10 \quad 6\ 514 \rightarrow 6 + 5 + 1 + 4 = 16$$

$$965 \rightarrow 9 + 6 + 5 = 20 \quad 2\ 187 \rightarrow 2 + 1 + 8 + 7 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 330, 336.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 60. » **Vrai.** $60 = 5 \times 12$: le reste de la division de 60 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 47 - 10 + 13 = 37 + 13 = 50$

$$B = 6 \times 7 - 4 \times 6 = 42 - 24 = 18$$

$$C = 59 - 3 \times (10 - 4) = 59 - 3 \times 6 = 59 - 18 = 41$$

$$D = 3 \times [38 - (5 + 5)] = 3 \times [38 - 10] = 3 \times 28 = 84$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 - (3 + 3) + 5 = 7 - 6 + 5 = 1 + 5 = 6$$

$$3 \times (9 \times 3 - 2) = 3 \times (27 - 2) = 3 \times 25 = 75$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 99 = 24 \times (100 - 1) = 24 \times 100 - 24 \times 1 = 2\ 400 - 24 = 2\ 376$$

$$F = 26 \times 17 + 26 \times 83 = 26 \times (17 + 83) = 26 \times 100 = 2\ 600$$

$$G = 4 \times 69 \times 25 = 4 \times 25 \times 69 = 100 \times 69 = 6\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°293



CAPU0293

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $6 \times 6 = 6^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

40 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 40 < 49 = 7^2$) $49 = 7^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 86 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2$)

$125 = 5^3$: **cube** $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 3 = 4 \times 9 - 3 = 36 - 3 = 33$

$B = (4 \times 3)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$

$D = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2a^2 - 1 = 2 \times 4^2 - 1 = 2 \times 16 - 1 = 32 - 1 = 31$

$B = (2a)^2 - 1 = (2 \times 4)^2 - 1 = 8^2 - 1 = 64 - 1 = 63$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $2a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$5 \times 5 = 25$

a) **Il faut 25 carreaux le long d'un côté.**

25 rangées de 25 carreaux : $25^2 = 25 \times 25 = 625$

b) **Il faut 625 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 213. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).