



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°294



CAPU0294

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 1 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 1 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 \times 6^2 - 15 \quad D = (18 + 24) \div 7 \quad E = 6 + 7 \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

260 divisé par 6 1 227 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 301 par 14 ? Justifier.

$$(a) 301 = 14 \times 22 - 7 \quad (b) 301 = 14 \times 21 + 7 \quad (c) 301 = 14 \times 20 + 21$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815					
6 590					
687					
8 684					
3 249					

2. Dans le nombre $72\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 53 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°294



CAPU0294

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 56 - 2 \times 7 \quad B = 15 + 40 \div 8 \times 3$$

$$C = (12 + 10) \times 2 - 15 \quad D = 3,2 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 2 + 4 - 5 = 7 \quad 9 + 8 + 7 \times 5 = 120$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 9 \quad F = 62 + 0,75 + 38 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 5^2 = 10 \quad (2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

46 ; 128 ; 27 ; 95 ; 144 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 6 \quad B = (5 \times 4)^2 - 6$$

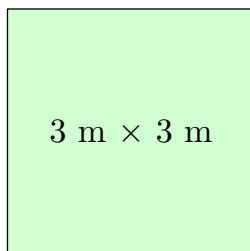
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 2$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 245 et 294.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°294



CAPU0294

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$

$B = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 6^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 6 et 15.

$D = (18 + 24) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 18 et 24 par 7.

$E = 6 + 7 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 7 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 43 = 258 \leq 260 < 264 = 6 \times 44$: le quotient est 43, le reste $260 - 258 = 2$.

$260 = 6 \times 43 + 2$, avec $2 < 6$.

$16 \times 76 = 1\,216 \leq 1\,227 < 1\,232 = 16 \times 77$: le quotient est 76, le reste $1\,227 - 1\,216 = 11$.

$1\,227 = 16 \times 76 + 11$, avec $11 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $301 = 14 \times 22 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $301 = 14 \times 21 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $301 = 14 \times 20 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 7.

Comme $7 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 301 par 21 : quotient 14, reste 7.

3. $54 = 7 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 5 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815	non	non	oui	non	non
6 590	oui	non	oui	non	oui
687	non	oui	non	non	non
8 684	oui	non	non	non	non
3 249	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°294



CAPU0294

Sommes des chiffres :

$$815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 \quad 6\,590 \rightarrow 6 + 5 + 9 + 0 = 20 \quad 687 \rightarrow 6 + 8 + 7 = 21$$

$$8\,684 \rightarrow 8 + 6 + 8 + 4 = 26 \quad 3\,249 \rightarrow 3 + 2 + 4 + 9 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 2 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 720.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 53 est un multiple de 3. » **Faux.** $53 = 3 \times 17 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite.**

1. $A = 56 - 2 \times 7 = 56 - 14 = 42$

$$B = 15 + 40 \div 8 \times 3 = 15 + 5 \times 3 = 15 + 15 = 30$$

$$C = (12 + 10) \times 2 - 15 = 22 \times 2 - 15 = 44 - 15 = 29$$

$$D = 3,2 + 3 \times 0,2 = 3,2 + 0,6 = 3,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (2 + 4) - 5 = 2 \times 6 - 5 = 12 - 5 = 7$$

$$(9 + 8 + 7) \times 5 = (17 + 7) \times 5 = 24 \times 5 = 120$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

$$F = 62 + 0,75 + 38 = 62 + 38 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $3 \times 3 = 3^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 5^2 = 10 \text{ » Faux. } 5^2 = 5 \times 5 = 25. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 5 \times 2 = 10, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } (2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (2 + 3)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 95 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 95 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°294



CAPU0294

128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$

$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 2$: $2x^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$

Pour $x = 10$: $2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$3 \times 4 = 12$

a) Il faut 12 carreaux le long d'un côté.

12 rangées de 12 carreaux : $12^2 = 12 \times 12 = 144$

b) Il faut 144 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 245 et 294. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).