



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°295



CAPU0295

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 23 - 4 \times 5 \quad D = 5 \times (16 - 8) \quad E = (1 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

151 divisé par 3 833 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 279 par 11 ? Justifier.

$$(a) 279 = 11 \times 24 + 15 \quad (b) 279 = 11 \times 26 - 7 \quad (c) 279 = 11 \times 25 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 185 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591					
295					
1 172					
8 667					
3 410					

2. Dans le nombre $2\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 3 est un diviseur de 55.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°295



CAPU0295

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 2 + 12 \quad B = 20 + 63 \div 7 \times 4$$

$$C = 84 - 4 \times (12 - 5) \quad D = 4 \times [36 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 5 \times 3 + 8 = 92 \quad 9 + 7 - 2 \times 8 = 49$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 94 \times 20 \quad F = 23 \times 70 - 23 \times 60 \quad G = 31 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 121 ; 144 ; 37 ; 61 ; 57

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 2 \quad B = (4 \times 6)^2 - 2$$

$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 + 5a$ pour $a = 2$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 166 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 3 et 47.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°295



CAPU0295

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 23 - 4 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 23 et le produit de 4 par 5.

$D = 5 \times (16 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 16 et 8.

$E = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 50 = 150 \leq 151 < 153 = 3 \times 51$: le quotient est 50, le reste $151 - 150 = 1$.

$151 = 3 \times 50 + 1$, avec $1 < 3$.

$27 \times 30 = 810 \leq 833 < 837 = 27 \times 31$: le quotient est 30, le reste $833 - 810 = 23$.

$833 = 27 \times 30 + 23$, avec $23 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $279 = 11 \times 24 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $279 = 11 \times 26 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $279 = 11 \times 25 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 25, reste 4.

Comme $4 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 279 par 25 : quotient 11, reste 4.

3. $185 = 6 \times 30 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 30 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591	non	oui	non	non	non
295	non	non	oui	non	non
1 172	oui	non	non	non	non
8 667	non	oui	non	oui	non
3 410	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°295



CAPU0295

Sommes des chiffres :

$$591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 295 \rightarrow 2 + 9 + 5 = 16 \quad 1\,172 \rightarrow 1 + 1 + 7 + 2 = 11$$
$$8\,667 \rightarrow 8 + 6 + 6 + 7 = 27 \quad 3\,410 \rightarrow 3 + 4 + 1 + 0 = 8$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 5 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 5 : 12 ; \square = 8 : 15$$

3 solutions : 225, 255, 285.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 3 est un diviseur de 55. » **Faux.** $55 = 3 \times 18 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 2 + 12 = 38 + 12 = 50$

$$B = 20 + 63 \div 7 \times 4 = 20 + 9 \times 4 = 20 + 36 = 56$$

$$C = 84 - 4 \times (12 - 5) = 84 - 4 \times 7 = 84 - 28 = 56$$

$$D = 4 \times [36 - (3 + 5)] = 4 \times [36 - 8] = 4 \times 28 = 112$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (5 \times 3 + 8) = 4 \times (15 + 8) = 4 \times 23 = 92$$

$$9 + (7 - 2) \times 8 = 9 + 5 \times 8 = 9 + 40 = 49$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 94 \times 20 = 5 \times 20 \times 94 = 100 \times 94 = 9\,400$$

$$F = 23 \times 70 - 23 \times 60 = 23 \times (70 - 60) = 23 \times 10 = 230$$

$$G = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (1 + 4)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 37 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2)$$

$$57 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 57 < 64 = 8^2) \quad 61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°295



CAPU0295

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 2 = 4 \times 36 - 2 = 144 - 2 = 142$

$$B = (4 \times 6)^2 - 2 = 24^2 - 2 = 576 - 2 = 574$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : a^2 + 5a = 2^2 + 5 \times 2 = 4 + 5 \times 2 = 4 + 10 = 14$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : a^2 + 5a = 0,5^2 + 5 \times 0,5 = 0,25 + 5 \times 0,5 = 0,25 + 2,5 = 2,75$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 166 :

$$12^2 = 144 \leq 166 \text{ et } 13^2 = 169 > 166.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$166 - 144 = 22$$

b) Il lui restera 22 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 3 et 47. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).