



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°296



CAPU0296

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 7 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 7 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 1)^3 \quad \mathbf{D} = 16 + 20 \div 4 \quad \mathbf{E} = (4 + 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

749 divisé par 9 1 084 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 359 par 14 ? Justifier.

$$(a) 359 = 14 \times 26 - 5 \quad (b) 359 = 14 \times 25 + 9 \quad (c) 359 = 14 \times 24 + 23$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 052					
327					
575					
1 070					
9 441					

2. Dans le nombre $1\square0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 114.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°296



CAPU0296

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 + 6 \times 7 \quad B = 42 \div 6 \times 3$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 5 \quad D = 5,8 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 6 \times 4 \times 3 = 81 \quad 7 - 4 + 6 - 3 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 64 + 3,45 + 36 \quad F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 \quad G = 17 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$46 ; 81 ; 8 ; 64 ; 144 ; 143$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 6 \quad B = (4 \times 3)^2 - 6$$

$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 2$ pour $x = 2$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 151 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 136 et 189. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 7 \times 2 = 6 + 14 = 20$

$B = (6 + 7) \times 2 = 13 \times 2 = 26$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$D = 16 + 20 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 16 et du quotient de 20 par 4.

$E = (4 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 83 = 747 \leq 749 < 756 = 9 \times 84$: le quotient est 83, le reste $749 - 747 = 2$.

$749 = 9 \times 83 + 2$, avec $2 < 9$.

$28 \times 38 = 1\,064 \leq 1\,084 < 1\,092 = 28 \times 39$: le quotient est 38, le reste $1\,084 - 1\,064 = 20$.

$1\,084 = 28 \times 38 + 20$, avec $20 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $359 = 14 \times 26 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $359 = 14 \times 25 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $359 = 14 \times 24 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 25, reste 9.

Comme $9 < 25$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 359 par 25 : quotient 14, reste 9.

3. $108 = 8 \times 13 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 052	oui	non	non	non	non
327	non	oui	non	non	non
575	non	non	oui	non	non
1 070	oui	non	oui	non	oui
9 441	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°296



CAPU0296

Sommes des chiffres :

$$1\ 052 \rightarrow 1 + 0 + 5 + 2 = 8 \quad 327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \quad 575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17$$

$$1\ 070 \rightarrow 1 + 0 + 7 + 0 = 8 \quad 9\ 441 \rightarrow 9 + 4 + 4 + 1 = 18$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 5 : 6 ; \square = 8 : 9$$

3 solutions : 120, 150, 180.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 4 est un diviseur de 114. » **Faux.** $114 = 4 \times 28 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 + 6 \times 7 = 30 + 42 = 72$

$$B = 42 \div 6 \times 3 = 7 \times 3 = 21$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 5 = (20 - 1) \div 5 = 19 \div 5 = 3,8$$

$$D = 5,8 + 6 \times 2,5 = 5,8 + 15 = 20,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 6 \times 4) \times 3 = (3 + 24) \times 3 = 27 \times 3 = 81$$

$$7 - (4 + 6 - 3) = 7 - (10 - 3) = 7 - 7 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 64 + 3,45 + 36 = 64 + 36 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

$$G = 17 \times 9 = 17 \times (10 - 1) = 17 \times 10 - 17 \times 1 = 170 - 17 = 153$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$143 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°296



CAPU0296

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 6 = 4 \times 9 - 6 = 36 - 6 = 30$

$B = (4 \times 3)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$

$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 2$: $x^3 + 2 = 2^3 + 2 = 8 + 2 = 10$

Pour $x = 10$: $x^3 + 2 = 10^3 + 2 = 1\,000 + 2 = 1\,002$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 151 :

$12^2 = 144 \leq 151$ et $13^2 = 169 > 151$.

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$151 - 144 = 7$

b) Il lui restera 7 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 136 et 189. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).