



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°297



CAPU0297

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 32 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 32 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{D} = 3 + 56 \div 8 \quad \mathbf{E} = (1 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

537 divisé par 4 1 213 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 552 par 14 ? Justifier.

$$(a) 552 = 14 \times 40 - 8 \quad (b) 552 = 14 \times 39 + 6 \quad (c) 552 = 14 \times 38 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 170 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
651					
4 420					
8 559					
9 626					
895					

2. Dans le nombre $8\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 7 est un diviseur de 141.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°297



CAPU0297

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 7 \times 2 \quad B = 30 \div 5 \times 2$$

$$C = (3 \times 7 - 8) \div 5 \quad D = [5 + 9 \times (9 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 - 8 + 8 = 0 \quad 2 \times 7 + 9 \times 3 = 96$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 62 + 20 \times 38 \quad F = 43 \times 101 \quad G = 24 + 7,8 + 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3 \quad 7 \times 7 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 4 \times 3^2 = 12^2 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

109 ; 1 000 ; 121 ; 61 ; 64 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 9 \quad B = (3 \times 5)^2 - 9$$

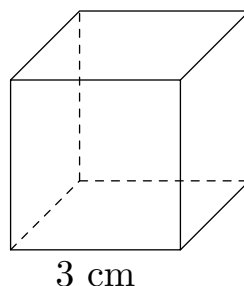
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 18 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 61.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (32 + 8) \div 4 = 40 \div 4 = 10$

$B = 32 + 8 \div 4 = 32 + 2 = 34$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 3 + 56 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 56 par 8.

$E = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 134 = 536 \leq 537 < 540 = 4 \times 135$: le quotient est 134, le reste $537 - 536 = 1$.

$537 = 4 \times 134 + 1$, avec $1 < 4$.

$28 \times 43 = 1\,204 \leq 1\,213 < 1\,232 = 28 \times 44$: le quotient est 43, le reste $1\,213 - 1\,204 = 9$.

$1\,213 = 28 \times 43 + 9$, avec $9 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $552 = 14 \times 40 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $552 = 14 \times 39 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 14. ✓

(c) $552 = 14 \times 38 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 6.

Comme $6 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 552 par 39 : quotient 14, reste 6.

3. $170 = 25 \times 6 + 20$

En 6 soirs, elle lit 150 pages ; il lui en reste encore 20.

a) **Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 20 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
651	non	oui	non	non	non
4 420	oui	non	oui	non	oui
8 559	non	oui	non	oui	non
9 626	oui	non	non	non	non
895	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°297



CAPU0297

Sommes des chiffres :

$$651 \rightarrow 6 + 5 + 1 = 12 \quad 4\,420 \rightarrow 4 + 4 + 2 + 0 = 10 \quad 8\,559 \rightarrow 8 + 5 + 5 + 9 = 27$$
$$9\,626 \rightarrow 9 + 6 + 2 + 6 = 23 \quad 895 \rightarrow 8 + 9 + 5 = 22$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 4 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 864.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 7 est un diviseur de 141. » **Faux.** $141 = 7 \times 20 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 7 \times 2 = 21 + 14 = 35$

$$B = 30 \div 5 \times 2 = 6 \times 2 = 12$$

$$C = (3 \times 7 - 8) \div 5 = (21 - 8) \div 5 = 13 \div 5 = 2,6$$

$$D = [5 + 9 \times (9 - 4)] \div 5 = [5 + 9 \times 5] \div 5 = [5 + 45] \div 5 = 50 \div 5 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 2 - (8 + 8) = 8 \times 2 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$2 \times (7 + 9) \times 3 = 2 \times 16 \times 3 = 32 \times 3 = 96$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 62 + 20 \times 38 = 20 \times (62 + 38) = 20 \times 100 = 2\,000$$

$$F = 43 \times 101 = 43 \times (100 + 1) = 43 \times 100 + 43 \times 1 = 4\,300 + 43 = 4\,343$$

$$G = 24 + 7,8 + 76 = 24 + 76 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 4 \times 3^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°297



CAPU0297

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 9 = 3 \times 25 - 9 = 75 - 9 = 66$

$B = (3 \times 5)^2 - 9 = 15^2 - 9 = 225 - 9 = 216$

$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 18 = 1^2 + 18 = 1 + 18 = 19$ et $9x = 9 \times 1 = 9$.

$19 \neq 9$: l'égalité est fausse pour $x = 1$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 18 = 6^2 + 18 = 36 + 18 = 54$ et $9x = 9 \times 6 = 54$.

$54 = 54$: l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 6 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 61. » → encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 9. » → reste : 9, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » → reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).