



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°298



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 5 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 5 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (5 - 4) \quad \mathbf{D} = (2 + 3)^3 \quad \mathbf{E} = 2 + 2 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

785 divisé par 7 1 595 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 234 par 11 ? Justifier.

$$(a) 234 = 11 \times 22 - 8 \quad (b) 234 = 11 \times 21 + 3 \quad (c) 234 = 11 \times 20 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 228 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 228 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 131					
8 560					
265					
507					
2 078					

2. Dans le nombre $25\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 188 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°298



CAPU0298

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 + 4 \times 4 \quad B = 7 \times 4 - 2 \times 2$$

$$C = (3 + 7) \times 3 - 2 \quad D = 9,7 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 9 - 5 - 4 = 17 \quad 4 \times 4 - 5 + 7 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 35 + 7,8 + 65 \quad F = 15 \times 11 \quad G = 23 \times 27 + 23 \times 73$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3 \quad 8 \times 8 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 16 ; 79 ; 64 ; 31 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 8 \quad B = (3 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 2)^2$ pour $a = 5$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 80 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 55 et 85.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°298



CAPU0298

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$

$B = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (5 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 5 et 4.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 2 + 2 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 2 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 112 = 784 \leq 785 < 791 = 7 \times 113$: le quotient est 112, le reste $785 - 784 = 1$.

$785 = 7 \times 112 + 1$, avec $1 < 7$.

$16 \times 99 = 1\,584 \leq 1\,595 < 1\,600 = 16 \times 100$: le quotient est 99, le reste $1\,595 - 1\,584 = 11$.

$1\,595 = 16 \times 99 + 11$, avec $11 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $234 = 11 \times 22 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $234 = 11 \times 21 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $234 = 11 \times 20 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 3.

Comme $3 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 234 par 21 : quotient 11, reste 3.

3. $228 = 7 \times 32 + 4$

a) 228 jours font 32 semaines complètes et 4 jours.

Après 32 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 4 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi.

b) Dans 228 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 131	non	oui	non	oui	non
8 560	oui	non	oui	non	oui
265	non	non	oui	non	non
507	non	oui	non	non	non
2 078	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°298



CAPU0298

Sommes des chiffres :

$$4\ 131 \rightarrow 4 + 1 + 3 + 1 = 9 \quad 8\ 560 \rightarrow 8 + 5 + 6 + 0 = 19 \quad 265 \rightarrow 2 + 6 + 5 = 13$$
$$507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 \quad 2\ 078 \rightarrow 2 + 0 + 7 + 8 = 17$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 5 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 252, 258.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 414, somme des chiffres 9.

« 188 est un multiple de 7. » **Faux.** $188 = 7 \times 26 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 + 4 \times 4 = 20 + 16 = 36$

$$B = 7 \times 4 - 2 \times 2 = 28 - 4 = 24$$

$$C = (3 + 7) \times 3 - 2 = 10 \times 3 - 2 = 30 - 2 = 28$$

$$D = 9,7 + 4 \times 1,2 = 9,7 + 4,8 = 14,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 9 - (5 - 4) = 9 + 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$4 \times 4 - (5 + 7) = 4 \times 4 - 12 = 16 - 12 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 35 + 7,8 + 65 = 35 + 65 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 15 \times 11 = 15 \times (10 + 1) = 15 \times 10 + 15 \times 1 = 150 + 15 = 165$$

$$G = 23 \times 27 + 23 \times 73 = 23 \times (27 + 73) = 23 \times 100 = 2\ 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $8 \times 8 = 8^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°298



CAPU0298

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$$

$$B = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : (a + 2)^2 = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : (a + 2)^2 = (0,5 + 2)^2 = 2,5^2 = 6,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 80 :

$$8^2 = 64 \leq 80 \text{ et } 9^2 = 81 > 80.$$

a) **Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.**

$$80 - 64 = 16$$

b) **Il lui restera 16 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 55 et 85. » $\rightarrow$ encore 29 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).