



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°299



CAPU0299

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (9 + 7) \times 7 \quad D = 36 - 7 \times 4 \quad E = 8 + 8 \times 5$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

$$470 \text{ divisé par } 3 \quad 481 \text{ divisé par } 14$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 162 par 8 ? Justifier.

$$(a) 162 = 8 \times 21 - 6 \quad (b) 162 = 8 \times 19 + 10 \quad (c) 162 = 8 \times 20 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 296 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 6 578  |       |       |       |       |        |
| 8 451  |       |       |       |       |        |
| 807    |       |       |       |       |        |
| 605    |       |       |       |       |        |
| 1 930  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $51\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 80.



## Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 71 - 4 \times 4 \quad B = 16 \div 8 \times 5$$

$$C = (5 + 7) \times 2 - 10 \quad D = [9 + 8 \times (8 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 6 \times 6 + 2 = 74 \quad 2 + 5 + 9 \times 6 = 86$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad F = 52 + 12,6 + 48 \quad G = 29 \times 9$$

## Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 2 + 2 + 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3 \times 5^2 = 15^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 64 ; 89 ; 8 ; 58 ; 100

## Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

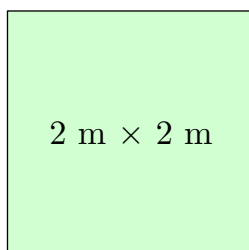
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. On pose  $A = 2a^2 - 1$  et  $B = (2a)^2 - 1$ . Calculer A et B pour  $a = 2$ .

## Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 21 et 75.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je suis divisible par 9.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°299



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (9 + 7) \times 7$  est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 7 par 7.

$D = 36 - 7 \times 4$  est une **différence** : c'est la différence entre 36 et le produit de 7 par 4.

$E = 8 + 8 \times 5$  est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 8 par 5.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $3 \times 156 = 468 \leq 470 < 471 = 3 \times 157$  : le quotient est 156, le reste  $470 - 468 = 2$ .

$470 = 3 \times 156 + 2$ , avec  $2 < 3$ .

$14 \times 34 = 476 \leq 481 < 490 = 14 \times 35$  : le quotient est 34, le reste  $481 - 476 = 5$ .

$481 = 14 \times 34 + 5$ , avec  $5 < 14$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 8$  » :

(a)  $162 = 8 \times 21 - 6$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(b)  $162 = 8 \times 19 + 10$  : le « reste » 10 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c)  $162 = 8 \times 20 + 2$  : le reste 2 est bien inférieur à 8. ✓

**C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 2.**

Comme  $2 < 20$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 162 par 20 : quotient 8, reste 2.

3.  $296 = 20 \times 14 + 16$

En 14 soirs, elle lit 280 pages ; il lui en reste encore 16.

a) **Il lui faut  $14 + 1 = 15$  soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 16 pages.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 6 578  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 8 451  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 807    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 605    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 1 930  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°299



CAPU0299

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,578 &\rightarrow 6 + 5 + 7 + 8 = 26 & 8\,451 &\rightarrow 8 + 4 + 5 + 1 = 18 & 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \\ 605 &\rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 & 1\,930 &\rightarrow 1 + 9 + 3 + 0 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 :  $\square$  vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 :  $5 + 1 + \square = 6 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

**Une seule solution : 510.**

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais  $43 = 3 \times 14 + 1$ . Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 80. » **Vrai.**  $80 = 5 \times 16$  : le reste de la division de 80 par 5 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 71 - 4 \times 4 = 71 - 16 = 55$

$$B = 16 \div 8 \times 5 = 2 \times 5 = 10$$

$$C = (5 + 7) \times 2 - 10 = 12 \times 2 - 10 = 24 - 10 = 14$$

$$D = [9 + 8 \times (8 - 4)] \div 5 = [9 + 8 \times 4] \div 5 = [9 + 32] \div 5 = 41 \div 5 = 8,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 6) \times 6 + 2 = 12 \times 6 + 2 = 72 + 2 = 74$$

$$2 + (5 + 9) \times 6 = 2 + 14 \times 6 = 2 + 84 = 86$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 52 + 12,6 + 48 = 52 + 48 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 29 \times 9 = 29 \times (10 - 1) = 29 \times 10 - 29 \times 1 = 290 - 29 = 261$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $10 \times 10 = 10^2$      $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$      $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2.  $8^2 = 8 \times 8 = 64$      $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$      $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. «  $0^2 = 0$  » **Vrai.**  $0 \times 0 = 0$ .

«  $3 \times 5^2 = 15^2$  » **Faux.**  $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$ , alors que  $15^2 = 225$ . Le carré ne porte que sur 5.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $6^2 = 36$  et  $7^2 = 49$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 58 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 89 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 89 < 100 = 10^2)$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°299



CAPU0299

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

### Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$

$$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $3 \times 3$ . Et  $C \neq D$  : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 2a^2 - 1 = 2 \times 2^2 - 1 = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$B = (2a)^2 - 1 = (2 \times 2)^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

### Exercice 7 — Correction

1.  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  et  $100 \div 25 = 4$  : il y a 4 carreaux par mètre.

$$2 \times 4 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux} : 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 21 et 75. »  $\rightarrow$  encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 5. »  $\rightarrow$  reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 9. »  $\rightarrow$  reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ( $36 = 6^2$ ).