



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°3



CAPU0003

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 5 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 5 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (20 + 52) \div 9 \quad \mathbf{D} = 3 \times 4^2 - 17 \quad \mathbf{E} = 2 \times 3^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

895 divisé par 8 952 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 155 par 15 ? Justifier.

$$(a) 155 = 15 \times 11 - 10 \quad (b) 155 = 15 \times 9 + 20 \quad (c) 155 = 15 \times 10 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 309 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 677					
267					
1 736					
2 450					
145					

2. Dans le nombre $1\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 53 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°3



CAPU0003

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 2 \times 7 \quad B = 7 \times 4 - 5 \times 5$$

$$C = 89 - 4 \times (16 - 5) \quad D = 7,5 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 7 - 7 + 6 = 50 \quad 6 + 6 \times 8 \times 3 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 88 \times 5 \quad F = 39 \times 85 - 39 \times 75 \quad G = 47 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 7 \times 7 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 81 ; 90 ; 8 ; 25 ; 58

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 3 \quad B = (4 \times 6)^2 - 3$$

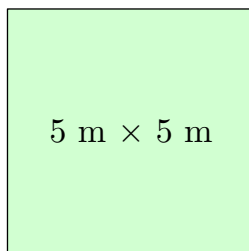
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 28.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

$$B = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (20 + 52) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 20 et 52 par 9.

$D = 3 \times 4^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 17.

$E = 2 \times 3^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 111 = 888 \leq 895 < 896 = 8 \times 112$: le quotient est 111, le reste $895 - 888 = 7$.

$$895 = 8 \times 111 + 7, \text{ avec } 7 < 8.$$

$13 \times 73 = 949 \leq 952 < 962 = 13 \times 74$: le quotient est 73, le reste $952 - 949 = 3$.

$$952 = 13 \times 73 + 3, \text{ avec } 3 < 13.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $155 = 15 \times 11 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $155 = 15 \times 9 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $155 = 15 \times 10 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 5.

Comme $5 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 155 par 10 : quotient 15, reste 5.

3. $309 = 25 \times 12 + 9$

En 12 soirs, elle lit 300 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 677	non	oui	non	oui	non
267	non	oui	non	non	non
1 736	oui	non	non	non	non
2 450	oui	non	oui	non	oui
145	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°3



CAPU0003

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,677 &\rightarrow 7 + 6 + 7 + 7 = 27 & 267 &\rightarrow 2 + 6 + 7 = 15 & 1\,736 &\rightarrow 1 + 7 + 3 + 6 = 17 \\ 2\,450 &\rightarrow 2 + 4 + 5 + 0 = 11 & 145 &\rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 4 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 144.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 648, somme des chiffres 18.

« 53 est un multiple de 3. » **Faux.** $53 = 3 \times 17 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 2 \times 7 = 24 + 14 = 38$

$$B = 7 \times 4 - 5 \times 5 = 28 - 25 = 3$$

$$C = 89 - 4 \times (16 - 5) = 89 - 4 \times 11 = 89 - 44 = 45$$

$$D = 7,5 + 6 \times 2,5 = 7,5 + 15 = 22,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 7 - (7 + 6) = 9 \times 7 - 13 = 63 - 13 = 50$$

$$(6 + 6 \times 8) \times 3 = (6 + 48) \times 3 = 54 \times 3 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 88 \times 5 = 2 \times 5 \times 88 = 10 \times 88 = 880$$

$$F = 39 \times 85 - 39 \times 75 = 39 \times (85 - 75) = 39 \times 10 = 390$$

$$G = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 3 = 4 \times 36 - 3 = 144 - 3 = 141$

$$B = (4 \times 6)^2 - 3 = 24^2 - 3 = 576 - 3 = 573$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 12 = 3^2 + 12 = 9 + 12 = 21 \text{ et } 7n = 7 \times 3 = 21.$$

21 = 21 : l'égalité est vraie pour $n = 3$.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37 \text{ et } 7n = 7 \times 5 = 35.$$

37 $\neq$ 35 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 3 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$5 \times 2 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux} : 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 28. » $\rightarrow$ encore 26 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).