



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°30



CAPU0030

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 8 et 20 par 4.
- **B** est la somme de 8 et du quotient de 20 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 19 + 56 \div 8 \quad \mathbf{D} = (2 \times 3)^2 \quad \mathbf{E} = 8 \times (6 - 2)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

676 divisé par 9 2 056 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 221 par 15 ? Justifier.

$$(a) 221 = 15 \times 15 - 4 \quad (b) 221 = 15 \times 14 + 11 \quad (c) 221 = 15 \times 13 + 26$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777					
7 110					
8 073					
4 172					
175					

2. Dans le nombre $15\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 153.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°30



CAPU0030

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 56 - 13 + 4 \quad B = 35 \div 5 \times 5$$

$$C = 56 - 3 \times (13 - 9) \quad D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 7 \times 4 \times 5 = 165 \quad 3 + 9 \times 3 \times 5 = 150$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 11 \quad F = 49 \times 32 + 49 \times 68 \quad G = 58 + 5,05 + 42$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 2 + 2 + 2 \quad 12 \times 12 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 0^2 = 0 \quad 5^2 = 10$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

90 ; 81 ; 54 ; 64 ; 16 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 1 \quad B = (5 \times 3)^2 - 1$$

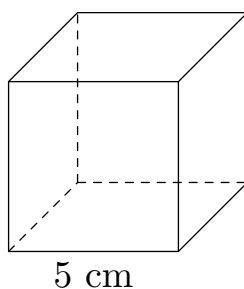
$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 5$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 91 et 137.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (8 + 20) \div 4 = 28 \div 4 = 7$

$B = 8 + 20 \div 4 = 8 + 5 = 13$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 19 + 56 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 56 par 8.

$D = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$E = 8 \times (6 - 2)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 6 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 75 = 675 \leq 676 < 684 = 9 \times 76$: le quotient est 75, le reste $676 - 675 = 1$.

$676 = 9 \times 75 + 1$, avec $1 < 9$.

$19 \times 108 = 2\,052 \leq 2\,056 < 2\,071 = 19 \times 109$: le quotient est 108, le reste $2\,056 - 2\,052 = 4$.

$2\,056 = 19 \times 108 + 4$, avec $4 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $221 = 15 \times 15 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $221 = 15 \times 14 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $221 = 15 \times 13 + 26$: le « reste » 26 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 11.

Comme $11 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 221 par 14 : quotient 15, reste 11.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777	non	oui	non	non	non
7 110	oui	oui	oui	oui	oui
8 073	non	oui	non	oui	non
4 172	oui	non	non	non	non
175	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°30



CAPU0030

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & 7\,110 &\rightarrow 7 + 1 + 1 + 0 = 9 & 8\,073 &\rightarrow 8 + 0 + 7 + 3 = 18 \\ 4\,172 &\rightarrow 4 + 1 + 7 + 2 = 14 & 175 &\rightarrow 1 + 7 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 5 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6$$

Une seule solution : 150.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 6 est un diviseur de 153. » **Faux.** $153 = 6 \times 25 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 56 - 13 + 4 = 43 + 4 = 47$

$$B = 35 \div 5 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

$$C = 56 - 3 \times (13 - 9) = 56 - 3 \times 4 = 56 - 12 = 44$$

$$D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 2 = [3 + 3 \times 8] \div 2 = [3 + 24] \div 2 = 27 \div 2 = 13,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 7 \times 4) \times 5 = (5 + 28) \times 5 = 33 \times 5 = 165$$

$$(3 + 9 \times 3) \times 5 = (3 + 27) \times 5 = 30 \times 5 = 150$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 11 = 22 \times (10 + 1) = 22 \times 10 + 22 \times 1 = 220 + 22 = 242$$

$$F = 49 \times 32 + 49 \times 68 = 49 \times (32 + 68) = 49 \times 100 = 4\,900$$

$$G = 58 + 5,05 + 42 = 58 + 42 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux.** $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 5^2 = 10 \text{ » Faux. } 5^2 = 5 \times 5 = 25. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 5 \times 2 = 10, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$54 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°30



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 1 = 5 \times 9 - 1 = 45 - 1 = 44$

$B = (5 \times 3)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$

$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $2n^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 91 et 137. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).