



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°300



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 28 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 28 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (12 + 5) \times 3 \quad D = 12^2 - 132 \quad E = (17 + 1) \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$689 \text{ divisé par } 5 \quad 378 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 96 par 7 ? Justifier.

$$(a) 96 = 7 \times 14 - 2 \quad (b) 96 = 7 \times 12 + 12 \quad (c) 96 = 7 \times 13 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 47 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 47 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 467					
445					
8 330					
471					
6 736					

2. Dans le nombre $29\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 87 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°300



CAPU0300

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 3 \times 2 \quad B = 12 \div 4 \times 5$$

$$C = (3 + 11) \times 2 - 18 \quad D = 4 \times [31 - (6 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 8 + 5 - 4 = 87 \quad 4 + 8 + 8 \times 9 = 148$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 63 - 19 \times 53 \quad F = 2 \times 27 \times 50 \quad G = 17 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 + 9 + 9 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \quad 4 \times 6^2 = 24^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 8 ; 52 ; 81 ; 123 ; 67

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

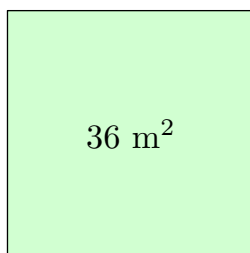
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 2$ et $B = (4a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 112 et 170.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°300



CAPU0300

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (28 + 8) \div 4 = 36 \div 4 = 9$

$B = 28 + 8 \div 4 = 28 + 2 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (12 + 5) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 5 par 3.

$D = 12^2 - 132$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 132.

$E = (17 + 1) \div 6$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 17 et 1 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 137 = 685 \leq 689 < 690 = 5 \times 138$: le quotient est 137, le reste $689 - 685 = 4$.

$689 = 5 \times 137 + 4$, avec $4 < 5$.

$22 \times 17 = 374 \leq 378 < 396 = 22 \times 18$: le quotient est 17, le reste $378 - 374 = 4$.

$378 = 22 \times 17 + 4$, avec $4 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $96 = 7 \times 14 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $96 = 7 \times 12 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $96 = 7 \times 13 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 5.

Comme $5 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 96 par 13 : quotient 7, reste 5.

3. $47 = 7 \times 6 + 5$

a) 47 jours font 6 semaines complètes et 5 jours.

Après 6 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 5 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 47 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 467	non	oui	non	oui	non
445	non	non	oui	non	non
8 330	oui	non	oui	non	oui
471	non	oui	non	non	non
6 736	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°300



CAPU0300

Sommes des chiffres :

$$1\ 467 \rightarrow 1 + 4 + 6 + 7 = 18 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \quad 8\ 330 \rightarrow 8 + 3 + 3 + 0 = 14$$
$$471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \quad 6\ 736 \rightarrow 6 + 7 + 3 + 6 = 22$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 9 + \square = 11 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 15$$

Une seule solution : 294.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 87 est un multiple de 5. » **Faux.** $87 = 5 \times 17 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 3 \times 2 = 21 + 6 = 27$

$$B = 12 \div 4 \times 5 = 3 \times 5 = 15$$

$$C = (3 + 11) \times 2 - 18 = 14 \times 2 - 18 = 28 - 18 = 10$$

$$D = 4 \times [31 - (6 + 8)] = 4 \times [31 - 14] = 4 \times 17 = 68$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (8 + 5) - 4 = 7 \times 13 - 4 = 91 - 4 = 87$$

$$4 + (8 + 8) \times 9 = 4 + 16 \times 9 = 4 + 144 = 148$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 63 - 19 \times 53 = 19 \times (63 - 53) = 19 \times 10 = 190$$

$$F = 2 \times 27 \times 50 = 2 \times 50 \times 27 = 100 \times 27 = 2\ 700$$

$$G = 17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 17 \times 10 + 17 \times 1 = 170 + 17 = 187$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (2 + 1)^2 = 3^2 = 9, \text{ alors que } 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5.$$

$$\text{« } 4 \times 6^2 = 24^2 \text{ » Faux. } 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144, \text{ alors que } 24^2 = 576. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2)$$

$$67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 123 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°300



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$

$$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 2 = 4 \times 5^2 - 2 = 4 \times 25 - 2 = 100 - 2 = 98$$

$$B = (4a)^2 - 2 = (4 \times 5)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$$4 \times 6 = 24$$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre 4 $\times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 112 et 170. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).