



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°301



CAPU0301

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 38 et 6 par 5.
- **B** est la différence entre 38 et le produit de 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 3)^3 \quad \mathbf{D} = 16 + 45 \div 9 \quad \mathbf{E} = (1 + 7)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$172 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,462 \text{ divisé par } 25$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 264 par 9 ? Justifier.

$$(a) \, 264 = 9 \times 28 + 12 \quad (b) \, 264 = 9 \times 29 + 3 \quad (c) \, 264 = 9 \times 30 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 4 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 479					
985					
9 796					
7 710					
141					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 136 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°301



CAPU0301

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 9 \times 8 \quad B = 24 \div 3 \times 4$$

$$C = (3 \times 7 - 1) \div 2 \quad D = 3,8 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 + 5 - 8 = 47 \quad 6 \times 7 + 6 \times 3 = 144$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 25 \times 37 + 25 \times 63 \quad F = 33 \times 99 \quad G = 28 + 12,6 + 72$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 8 \times 8 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 25 ; 16 ; 35 ; 87 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 2 \quad B = (4 \times 4)^2 - 2$$

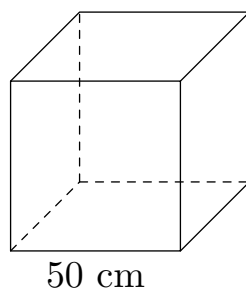
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $n^3 + 9$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 31.
Mon chiffre des unités est 5.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (38 - 6) \times 5 = 32 \times 5 = 160$

$B = 38 - 6 \times 5 = 38 - 30 = 8$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$D = 16 + 45 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 16 et du quotient de 45 par 9.

$E = (1 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 19 = 171 \leq 172 < 180 = 9 \times 20$: le quotient est 19, le reste $172 - 171 = 1$.

$172 = 9 \times 19 + 1$, avec $1 < 9$.

$25 \times 58 = 1\,450 \leq 1\,462 < 1\,475 = 25 \times 59$: le quotient est 58, le reste $1\,462 - 1\,450 = 12$.

$1\,462 = 25 \times 58 + 12$, avec $12 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $264 = 9 \times 28 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $264 = 9 \times 29 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $264 = 9 \times 30 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 29, reste 3.

Comme $3 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 264 par 29 : quotient 9, reste 3.

3. $54 = 4 \times 13 + 2$, avec $2 < 4$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 4 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 479	non	oui	non	oui	non
985	non	non	oui	non	non
9 796	oui	non	non	non	non
7 710	oui	oui	oui	non	oui
141	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°301



CAPU0301

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\,479 \rightarrow 7 + 4 + 7 + 9 = 27 & 985 \rightarrow 9 + 8 + 5 = 22 & 9\,796 \rightarrow 9 + 7 + 9 + 6 = 31 \\ 7\,710 \rightarrow 7 + 7 + 1 + 0 = 15 & 141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 450.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 28 est pair mais $28 = 3 \times 9 + 1$.
« 136 est un multiple de 6. » **Faux.** $136 = 6 \times 22 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 9 \times 8 = 18 + 72 = 90$

$$B = 24 \div 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

$$C = (3 \times 7 - 1) \div 2 = (21 - 1) \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

$$D = 3,8 + 5 \times 0,2 = 3,8 + 1 = 4,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (6 + 5) - 8 = 5 \times 11 - 8 = 55 - 8 = 47$$

$$(6 \times 7 + 6) \times 3 = (42 + 6) \times 3 = 48 \times 3 = 144$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 25 \times 37 + 25 \times 63 = 25 \times (37 + 63) = 25 \times 100 = 2\,500$$

$$F = 33 \times 99 = 33 \times (100 - 1) = 33 \times 100 - 33 \times 1 = 3\,300 - 33 = 3\,267$$

$$G = 28 + 12,6 + 72 = 28 + 72 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux.** $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 2 = 4 \times 16 - 2 = 64 - 2 = 62$

$B = (4 \times 4)^2 - 2 = 16^2 - 2 = 256 - 2 = 254$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 4$: $n^3 + 9 = 4^3 + 9 = 64 + 9 = 73$

Pour $n = 10$: $n^3 + 9 = 10^3 + 9 = 1\,000 + 9 = 1\,009$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$125\,000 \div 1\,000 = 125$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 31. » $\rightarrow$ encore 29 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).