



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°302



CAPU0302

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 48 et du quotient de 54 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 48 et 54 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (11 + 4) \times 2 \quad D = (2 \times 3)^2 \quad E = 6^2 + 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

982 divisé par 9 1 487 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 511 par 14 ? Justifier.

$$(a) 511 = 14 \times 36 + 7 \quad (b) 511 = 14 \times 35 + 21 \quad (c) 511 = 14 \times 37 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 55 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 976					
5 661					
9 520					
111					
395					

2. Dans le nombre $5\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 168.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°302



CAPU0302

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 9 \times 2 \quad B = 8 \times 6 - 3 \times 4$$

$$C = (8 \times 8 - 5) \div 4 \quad D = 2,3 + 4 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 9 \times 2 \times 8 = 176 \quad 3 + 8 + 3 \times 3 = 36$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 59 \times 125 \quad F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad G = 31 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 3 + 3 + 3 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 110 ; 16 ; 64 ; 10 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 3 \quad B = (4 \times 5)^2 - 3$$

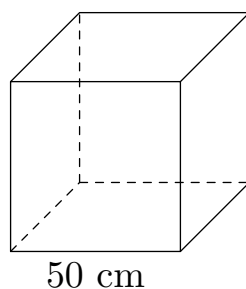
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 120 et 171.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 48 + 54 \div 6 = 48 + 9 = 57$

$$B = (48 + 54) \div 6 = 102 \div 6 = 17$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (11 + 4) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 4 par 2.

$$D = (2 \times 3)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 3.}$$

$$E = 6^2 + 7^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 6 et de 7.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 109 = 981 \leq 982 < 990 = 9 \times 110$: le quotient est 109, le reste $982 - 981 = 1$.

$$982 = 9 \times 109 + 1, \text{ avec } 1 < 9.$$

$$26 \times 57 = 1\,482 \leq 1\,487 < 1\,508 = 26 \times 58 : \text{le quotient est 57, le reste } 1\,487 - 1\,482 = 5.$$

$$1\,487 = 26 \times 57 + 5, \text{ avec } 5 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $511 = 14 \times 36 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $511 = 14 \times 35 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $511 = 14 \times 37 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 36, reste 7.

Comme $7 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 511 par 36 : quotient 14, reste 7.

3. $55 = 6 \times 9 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 976	oui	non	non	non	non
5 661	non	oui	non	oui	non
9 520	oui	non	oui	non	oui
111	non	oui	non	non	non
395	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°302



CAPU0302

Sommes des chiffres :

$$1\ 976 \rightarrow 1 + 9 + 7 + 6 = 23 \quad 5\ 661 \rightarrow 5 + 6 + 6 + 1 = 18 \quad 9\ 520 \rightarrow 9 + 5 + 2 + 0 = 16$$
$$111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \quad 395 \rightarrow 3 + 9 + 5 = 17$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 1 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 531.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 30 est divisible par 3 ($30 = 3 \times 10$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 168. » **Vrai.** $168 = 6 \times 28$: le reste de la division de 168 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 9 \times 2 = 22 + 18 = 40$

$$B = 8 \times 6 - 3 \times 4 = 48 - 12 = 36$$

$$C = (8 \times 8 - 5) \div 4 = (64 - 5) \div 4 = 59 \div 4 = 14,75$$

$$D = 2,3 + 4 \times 0,2 = 2,3 + 0,8 = 3,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 9 \times 2) \times 8 = (4 + 18) \times 8 = 22 \times 8 = 176$$

$$3 + (8 + 3) \times 3 = 3 + 11 \times 3 = 3 + 33 = 36$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 59 \times 125 = 8 \times 125 \times 59 = 1\ 000 \times 59 = 59\ 000$$

$$F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 31 \times 9 = 31 \times (10 - 1) = 31 \times 10 - 31 \times 1 = 310 - 31 = 279$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $(4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$ » **Faux.** $(4 + 5)^2 = 9^2 = 81$, alors que $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$10 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2) \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°302



CAPU0302

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$

$$B = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de $125\,000 \text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 120 et 171. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).