



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°303



CAPU0303

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 5 et du produit de 5 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 5 et 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (11 + 3) \times 8 \quad D = 11 + 36 \div 4 \quad E = 4 \times 2^2 - 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$445 \text{ divisé par } 4 \quad 942 \text{ divisé par } 15$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 236 par 9 ? Justifier.

$$(a) 236 = 9 \times 25 + 11 \quad (b) 236 = 9 \times 26 + 2 \quad (c) 236 = 9 \times 27 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 570					
865					
597					
4 167					
8 962					

2. Dans le nombre $6\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 128.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°303



CAPU0303

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 34 - 7 + 12 \quad B = 4 \times 7 - 4 \times 5$$

$$C = (9 \times 3 - 3) \div 2 \quad D = [3 + 6 \times (11 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 7 \times 3 - 4 = 136 \quad 8 + 3 - 2 - 2 = 11$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 \quad F = 38 \times 9 \quad G = 5 \times 33 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

117 ; 25 ; 126 ; 105 ; 144 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 2 \quad B = (5 \times 3)^2 - 2$$

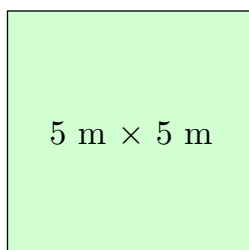
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 7$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 55.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°303



CAPU0303

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5 + 5 \times 3 = 5 + 15 = 20$

$B = (5 + 5) \times 3 = 10 \times 3 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (11 + 3) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 3 par 8.

$D = 11 + 36 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 36 par 4.

$E = 4 \times 2^2 - 8$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 2 et 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 111 = 444 \leq 445 < 448 = 4 \times 112$: le quotient est 111, le reste $445 - 444 = 1$.

$445 = 4 \times 111 + 1$, avec $1 < 4$.

$15 \times 62 = 930 \leq 942 < 945 = 15 \times 63$: le quotient est 62, le reste $942 - 930 = 12$.

$942 = 15 \times 62 + 12$, avec $12 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $236 = 9 \times 25 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $236 = 9 \times 26 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $236 = 9 \times 27 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 26, reste 2.

Comme $2 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 236 par 26 : quotient 9, reste 2.

3. $54 = 5 \times 10 + 4$, avec $4 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 10 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 570	oui	oui	oui	oui	oui
865	non	non	oui	non	non
597	non	oui	non	non	non
4 167	non	oui	non	oui	non
8 962	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°303



CAPU0303

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,570 &\rightarrow 6 + 5 + 7 + 0 = 18 & 865 &\rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 & 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 \\ 4\,167 &\rightarrow 4 + 1 + 6 + 7 = 18 & 8\,962 &\rightarrow 8 + 9 + 6 + 2 = 25 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 4 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 684.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 5 est un diviseur de 128. » **Faux.** $128 = 5 \times 25 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 34 - 7 + 12 = 27 + 12 = 39$

$$B = 4 \times 7 - 4 \times 5 = 28 - 20 = 8$$

$$C = (9 \times 3 - 3) \div 2 = (27 - 3) \div 2 = 24 \div 2 = 12$$

$$D = [3 + 6 \times (11 - 3)] \div 2 = [3 + 6 \times 8] \div 2 = [3 + 48] \div 2 = 51 \div 2 = 25,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (7 \times 3 - 4) = 8 \times (21 - 4) = 8 \times 17 = 136$$

$$8 + 3 - (2 - 2) = 8 + 3 - 0 = 11 - 0 = 11$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 38 \times 9 = 38 \times (10 - 1) = 38 \times 10 - 38 \times 1 = 380 - 38 = 342$$

$$G = 5 \times 33 \times 20 = 5 \times 20 \times 33 = 100 \times 33 = 3\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$105 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2) \quad 117 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°303



CAPU0303

126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 2 = 5 \times 9 - 2 = 45 - 2 = 43$

$$B = (5 \times 3)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 7 : n^2 + 3 = 7^2 + 3 = 49 + 3 = 52 \text{ et } 4n = 4 \times 7 = 28.$$

$52 \neq 28$: l'égalité est fausse pour $n = 7$.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ et } 4n = 4 \times 3 = 12.$$

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$5 \times 4 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux} : 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 55. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).