



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°304



CAPU0304

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (2 \times 4)^2 \quad E = (4 + 8) \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

313 divisé par 7 2 179 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 157 par 11 ? Justifier.

$$(a) 157 = 11 \times 14 + 3 \quad (b) 157 = 11 \times 15 - 8 \quad (c) 157 = 11 \times 13 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
925					
321					
1 341					
5 398					
3 220					

2. Dans le nombre $2\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 3 est un diviseur de 61.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°304



CAPU0304

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 19 + 6 \times 8 \quad B = 6 + 48 \div 8 \times 2$$

$$C = (5 \times 4 - 2) \div 5 \quad D = 8,6 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 2 - 3 + 3 = 10 \quad 2 + 5 + 9 \times 4 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 37 \times 9 \quad F = 32 \times 70 + 32 \times 30 \quad G = 29 + 3,45 + 71$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 3 + 3 + 3 \quad 7 \times 7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

53 ; 144 ; 88 ; 34 ; 49 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 7 \quad B = (4 \times 3)^2 - 7$$

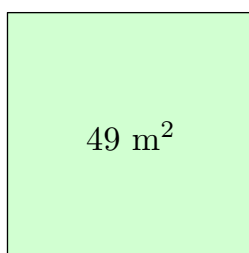
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 3$ et $B = (4a)^2 - 3$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 71 et 115. Je suis le carré d'un nombre entier. Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°304



CAPU0304

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 7.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = (4 + 8) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 4 et 8 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 44 = 308 \leq 313 < 315 = 7 \times 45$: le quotient est 44, le reste $313 - 308 = 5$.

$313 = 7 \times 44 + 5$, avec $5 < 7$.

$20 \times 108 = 2\,160 \leq 2\,179 < 2\,180 = 20 \times 109$: le quotient est 108, le reste $2\,179 - 2\,160 = 19$.

$2\,179 = 20 \times 108 + 19$, avec $19 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $157 = 11 \times 14 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $157 = 11 \times 15 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $157 = 11 \times 13 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 14, reste 3.

Comme $3 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 157 par 14 : quotient 11, reste 3.

3. $108 = 8 \times 13 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
925	non	non	oui	non	non
321	non	oui	non	non	non
1 341	non	oui	non	oui	non
5 398	oui	non	non	non	non
3 220	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°304



CAPU0304

Sommes des chiffres :

$$925 \rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 \quad 321 \rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 \quad 1\,341 \rightarrow 1 + 3 + 4 + 1 = 9$$

$$5\,398 \rightarrow 5 + 3 + 9 + 8 = 25 \quad 3\,220 \rightarrow 3 + 2 + 2 + 0 = 7$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 4 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 234.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 60 est divisible par 3 ($60 = 3 \times 20$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 3 est un diviseur de 61. » **Faux.** $61 = 3 \times 20 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 19 + 6 \times 8 = 19 + 48 = 67$

$$B = 6 + 48 \div 8 \times 2 = 6 + 6 \times 2 = 6 + 12 = 18$$

$$C = (5 \times 4 - 2) \div 5 = (20 - 2) \div 5 = 18 \div 5 = 3,6$$

$$D = 8,6 + 6 \times 0,2 = 8,6 + 1,2 = 9,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times 2 - (3 + 3) = 8 \times 2 - 6 = 16 - 6 = 10$$

$$(2 + 5 + 9) \times 4 = (7 + 9) \times 4 = 16 \times 4 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 37 \times 9 = 37 \times (10 - 1) = 37 \times 10 - 37 \times 1 = 370 - 37 = 333$$

$$F = 32 \times 70 + 32 \times 30 = 32 \times (70 + 30) = 32 \times 100 = 3\,200$$

$$G = 29 + 3,45 + 71 = 29 + 71 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (5 + 1)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 34 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 34 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 53 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 53 < 64 = 8^2)$$

$$88 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°304



CAPU0304

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 7 = 4 \times 9 - 7 = 36 - 7 = 29$

$$B = (4 \times 3)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$$

$$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 3 = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$$

$$B = (4a)^2 - 3 = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) Le côté mesure 7 m.

$$4 \times 7 = 28$$

b) Le périmètre est de 28 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre $4 \times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 71 et 115. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).