



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°305



CAPU0305

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 7.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (6 + 2)^2 \quad D = 15 + 2 \times 9 \quad E = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

677 divisé par 4 440 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 434 par 11 ? Justifier.

$$(a) 434 = 11 \times 40 - 6 \quad (b) 434 = 11 \times 38 + 16 \quad (c) 434 = 11 \times 39 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 218 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777					
6 962					
8 960					
8 577					
355					

2. Dans le nombre $6\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 160.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°305



CAPU0305

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 3 \times 5 \quad B = 6 + 72 \div 8 \times 3$$

$$C = 88 - 3 \times (11 - 4) \quad D = 4,1 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 - 2 \times 7 = 84 \quad 2 \times 9 - 2 \times 4 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 101 \quad F = 2 \times 74 \times 5 \quad G = 24 \times 50 - 24 \times 40$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 11 \times 11 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1 \quad (1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

31 ; 49 ; 107 ; 121 ; 97 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 9 \quad B = (5 \times 4)^2 - 9$$

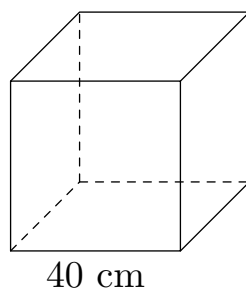
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 7$ et $B = (4x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 33 et 88.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$B = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (6 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 2.

$D = 15 + 2 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 2 par 9.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 169 = 676 \leq 677 < 680 = 4 \times 170$: le quotient est 169, le reste $677 - 676 = 1$.

$677 = 4 \times 169 + 1$, avec $1 < 4$.

$28 \times 15 = 420 \leq 440 < 448 = 28 \times 16$: le quotient est 15, le reste $440 - 420 = 20$.

$440 = 28 \times 15 + 20$, avec $20 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $434 = 11 \times 40 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $434 = 11 \times 38 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $434 = 11 \times 39 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 39, reste 5.

Comme $5 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 434 par 39 : quotient 11, reste 5.

3. $218 = 15 \times 14 + 8$

En 14 soirs, elle lit 210 pages ; il lui en reste encore 8.

a) Il lui faut $14 + 1 = 15$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 8 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
777	non	oui	non	non	non
6 962	oui	non	non	non	non
8 960	oui	non	oui	non	oui
8 577	non	oui	non	oui	non
355	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°305



CAPU0305

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & 6\,962 &\rightarrow 6 + 9 + 6 + 2 = 23 & 8\,960 &\rightarrow 8 + 9 + 6 + 0 = 23 \\ 8\,577 &\rightarrow 8 + 5 + 7 + 7 = 27 & 355 &\rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 2 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 612, 642, 672.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 160. » **Vrai.** $160 = 8 \times 20$: le reste de la division de 160 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 3 \times 5 = 55 - 15 = 40$

$$B = 6 + 72 \div 8 \times 3 = 6 + 9 \times 3 = 6 + 27 = 33$$

$$C = 88 - 3 \times (11 - 4) = 88 - 3 \times 7 = 88 - 21 = 67$$

$$D = 4,1 + 3 \times 1,2 = 4,1 + 3,6 = 7,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 6 - 2) \times 7 = (14 - 2) \times 7 = 12 \times 7 = 84$$

$$(2 \times 9 - 2) \times 4 = (18 - 2) \times 4 = 16 \times 4 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 101 = 19 \times (100 + 1) = 19 \times 100 + 19 \times 1 = 1\,900 + 19 = 1\,919$$

$$F = 2 \times 74 \times 5 = 2 \times 5 \times 74 = 10 \times 74 = 740$$

$$G = 24 \times 50 - 24 \times 40 = 24 \times (50 - 40) = 24 \times 10 = 240$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $11 \times 11 = 11^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (1 + 5)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2)$$

$$107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°305



CAPU0305

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 9 = 5 \times 16 - 9 = 80 - 9 = 71$

$$B = (5 \times 4)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 7 = 4 \times 2^2 - 7 = 4 \times 4 - 7 = 16 - 7 = 9$$

$$B = (4x)^2 - 7 = (4 \times 2)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 33 et 88. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).