



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°306



CAPU0306

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 22 et 4 par 3.
- **B** est la différence entre 22 et le produit de 4 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (4 + 36) \div 5 \quad \mathbf{D} = 6 \times (12 - 11) \quad \mathbf{E} = 10 + 48 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$554 \text{ divisé par } 4 \quad 1\,605 \text{ divisé par } 29$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 120 par 14 ? Justifier.

$$(a) 120 = 14 \times 8 + 8 \quad (b) 120 = 14 \times 9 - 6 \quad (c) 120 = 14 \times 7 + 22$$

3. Problème.

Une ferme a ramassé 142 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 481					
267					
9 872					
6 090					
445					

2. Dans le nombre $28\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 126.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 55 - 11 + 11 \quad \mathbf{B} = 63 \div 9 \times 2$$

$$\mathbf{C} = (9 + 4) \times 6 - 13 \quad \mathbf{D} = 8,3 + 6 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 8 - 4 - 5 = 27 \quad 3 \times 4 + 7 + 7 = 40$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°306



CAPU0306

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 43 \times 68 + 43 \times 32 \quad \mathbf{F} = 46 \times 99 \quad \mathbf{G} = 8 \times 17 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 149 ; 74 ; 27 ; 36 ; 75

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 3 \times 3^2 - 8 \quad \mathbf{B} = (3 \times 3)^2 - 8$$

$$\mathbf{C} = 1^2 + 7^2 \quad \mathbf{D} = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 3$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 168 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 8 et 22. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°306



CAPU0306

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (22 - 4) \times 3 = 18 \times 3 = 54$

$B = 22 - 4 \times 3 = 22 - 12 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (4 + 36) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 4 et 36 par 5.

$D = 6 \times (12 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 12 et 11.

$E = 10 + 48 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du quotient de 48 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 138 = 552 \leq 554 < 556 = 4 \times 139$: le quotient est 138, le reste $554 - 552 = 2$.

$554 = 4 \times 138 + 2$, avec $2 < 4$.

$29 \times 55 = 1\,595 \leq 1\,605 < 1\,624 = 29 \times 56$: le quotient est 55, le reste $1\,605 - 1\,595 = 10$.

$1\,605 = 29 \times 55 + 10$, avec $10 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $120 = 14 \times 8 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $120 = 14 \times 9 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $120 = 14 \times 7 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 8.

3. $142 = 6 \times 23 + 4$, avec $4 < 6$

a) Elle remplit **23 boîtes pleines**.

b) Il reste **4 œufs**.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 481	non	oui	non	oui	non
267	non	oui	non	non	non
9 872	oui	non	non	non	non
6 090	oui	oui	oui	non	oui
445	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$5\,481 \rightarrow 5 + 4 + 8 + 1 = 18$

$267 \rightarrow 2 + 6 + 7 = 15$

$9\,872 \rightarrow 9 + 8 + 7 + 2 = 26$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°306



CAPU0306

$$6\ 090 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 0 = 15 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 8 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 285.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 126. » **Vrai.** $126 = 9 \times 14$: le reste de la division de 126 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 11 + 11 = 44 + 11 = 55$

$$B = 63 \div 9 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (9 + 4) \times 6 - 13 = 13 \times 6 - 13 = 78 - 13 = 65$$

$$D = 8,3 + 6 \times 2,5 = 8,3 + 15 = 23,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (8 - 4) - 5 = 8 \times 4 - 5 = 32 - 5 = 27$$

$$3 \times (4 + 7) + 7 = 3 \times 11 + 7 = 33 + 7 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 \times 68 + 43 \times 32 = 43 \times (68 + 32) = 43 \times 100 = 4\ 300$$

$$F = 46 \times 99 = 46 \times (100 - 1) = 46 \times 100 - 46 \times 1 = 4\ 600 - 46 = 4\ 554$$

$$G = 8 \times 17 \times 125 = 8 \times 125 \times 17 = 1\ 000 \times 17 = 17\ 000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (5 + 1)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26.$$

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$

$$75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2) \quad 149 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°306



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 8 = 3 \times 9 - 8 = 27 - 8 = 19$

$$B = (3 \times 3)^2 - 8 = 9^2 - 8 = 81 - 8 = 73$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 5 : x^3 + 3 = 5^3 + 3 = 125 + 3 = 128$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 3 = 10^3 + 3 = 1\,000 + 3 = 1\,003$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 168 :

$$12^2 = 144 \leq 168 \text{ et } 13^2 = 169 > 168.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$168 - 144 = 24$$

b) Il lui restera 24 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 8 et 22. » $\rightarrow$ encore 13 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).