



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°307



CAPU0307

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 24 et 36 par 4.
- **B** est la somme de 24 et du quotient de 36 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3 \times 7^2 - 8 \quad \mathbf{D} = (2 \times 4)^2 \quad \mathbf{E} = 3^2 + 7^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

621 divisé par 4      2 124 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 155 par 11 ? Justifier.

$$(a) 155 = 11 \times 13 + 12 \quad (b) 155 = 11 \times 14 + 1 \quad (c) 155 = 11 \times 15 - 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 271 jours ?  
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 271 jours ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 265    |       |       |       |       |        |
| 6 147  |       |       |       |       |        |
| 867    |       |       |       |       |        |
| 6 002  |       |       |       |       |        |
| 9 650  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $7\square 0$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 120.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°307



CAPU0307

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 56 - 11 + 15 \quad B = 18 + 40 \div 8 \times 3$$

$$C = (5 + 12) \times 3 - 6 \quad D = 6,5 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 6 \times 2 \times 5 = 90 \quad 4 + 5 + 3 \times 7 = 60$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 + 12,6 + 80 \quad F = 32 \times 87 + 32 \times 13 \quad G = 34 \times 101$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 121 ; 87 ; 49 ; 64 ; 1 000

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 2 \quad B = (5 \times 5)^2 - 2$$

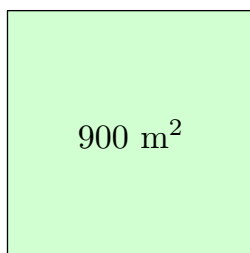
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 18 = 9n$  est-elle vraie pour  $n = 8$  ? Pour  $n = 3$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de  $900 \text{ m}^2$ .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 90 et 131.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (24 + 36) \div 4 = 60 \div 4 = 15$

$B = 24 + 36 \div 4 = 24 + 9 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 3 \times 7^2 - 8$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 7 et 8.

$D = (2 \times 4)^2$  est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = 3^2 + 7^2$  est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 7.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $4 \times 155 = 620 \leq 621 < 624 = 4 \times 156$  : le quotient est 155, le reste  $621 - 620 = 1$ .

$621 = 4 \times 155 + 1$ , avec  $1 < 4$ .

$21 \times 101 = 2121 \leq 2124 < 2142 = 21 \times 102$  : le quotient est 101, le reste  $2124 - 2121 = 3$ .

$2124 = 21 \times 101 + 3$ , avec  $3 < 21$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 11$  » :

(a)  $155 = 11 \times 13 + 12$  : le « reste » 12 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b)  $155 = 11 \times 14 + 1$  : le reste 1 est bien inférieur à 11. ✓

(c)  $155 = 11 \times 15 - 10$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

**C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 1.**

Comme  $1 < 14$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 155 par 14 : quotient 11, reste 1.

3.  $271 = 7 \times 38 + 5$

**a) 271 jours font 38 semaines complètes et 5 jours.**

Après 38 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 5 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

**b) Dans 271 jours, nous serons samedi.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 265    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 6 147  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 867    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 6 002  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 9 650  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°307



CAPU0307

Sommes des chiffres :

$$265 \rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 \quad 6\,147 \rightarrow 6 + 1 + 4 + 7 = 18 \quad 867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21$$
$$6\,002 \rightarrow 6 + 0 + 0 + 2 = 8 \quad 9\,650 \rightarrow 9 + 6 + 5 + 0 = 20$$

2. Somme des chiffres :  $7 + \square + 0 = 7 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

**Une seule solution : 720.**

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 93 est divisible par 3 ( $93 = 3 \times 31$ ) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 120. » **Vrai.**  $120 = 6 \times 20$  : le reste de la division de 120 par 6 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 56 - 11 + 15 = 45 + 15 = 60$

$$B = 18 + 40 \div 8 \times 3 = 18 + 5 \times 3 = 18 + 15 = 33$$

$$C = (5 + 12) \times 3 - 6 = 17 \times 3 - 6 = 51 - 6 = 45$$

$$D = 6,5 + 5 \times 1,2 = 6,5 + 6 = 12,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 6 \times 2) \times 5 = (6 + 12) \times 5 = 18 \times 5 = 90$$

$$4 + (5 + 3) \times 7 = 4 + 8 \times 7 = 4 + 56 = 60$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 + 12,6 + 80 = 20 + 80 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 32 \times 87 + 32 \times 13 = 32 \times (87 + 13) = 32 \times 100 = 3\,200$$

$$G = 34 \times 101 = 34 \times (100 + 1) = 34 \times 100 + 34 \times 1 = 3\,400 + 34 = 3\,434$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $3 \times 3 = 3^2 \quad 6 \times 6 \times 6 = 6^3 \quad 0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2.  $10^2 = 10 \times 10 = 100 \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. «  $2^3 = 3^2$  » **Faux.**  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  et  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°307



### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$

$$B = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 5$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 18 = 8^2 + 18 = 64 + 18 = 82 \text{ et } 9n = 9 \times 8 = 72.$$

**$82 \neq 72$  : l'égalité est fausse pour  $n = 8$ .**

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 18 = 3^2 + 18 = 9 + 18 = 27 \text{ et } 9n = 9 \times 3 = 27.$$

**$27 = 27$  : l'égalité est vraie pour  $n = 3$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 6$ , et seulement pour 3 et 6.)

### Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 :  $30 \times 30 = 900$ , c'est-à-dire  $30^2 = 900$ .

**a) Le côté mesure 30 m.**

$$4 \times 30 = 120$$

**b) Le périmètre est de 120 m.**

**Ne pas confondre : l'aire du carré est  $\text{côté}^2$ , son périmètre  $4 \times \text{côté}$ .**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 90 et 131. »  $\rightarrow$  encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 100.

**Le nombre mystère est 100 ( $100 = 10^2$ ).**