



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°308



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 4)^2 \quad \mathbf{D} = 10 + 3 \times 3 \quad \mathbf{E} = (3 + 2) \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

983 divisé par 4 362 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 502 par 15 ? Justifier.

$$(a) 502 = 15 \times 33 + 7 \quad (b) 502 = 15 \times 32 + 22 \quad (c) 502 = 15 \times 34 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 134 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 120					
417					
2 709					
9 278					
965					

2. Dans le nombre $3\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 88.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°308



CAPU0308

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 74 - 3 \times 3 \quad B = 42 \div 7 \times 4$$

$$C = (4 \times 7 - 2) \div 4 \quad D = 5 \times [36 - (7 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 4 - 4 \times 2 = 6 \quad 8 \times 4 - 9 - 7 = 30$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad F = 2 \times 85 \times 5 \quad G = 17 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 + 6 + 6 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^2 = 8 \quad 1^3 = 1 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 118 ; 99 ; 100 ; 64 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 6 \quad B = (2 \times 6)^2 - 6$$

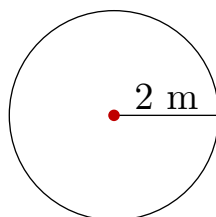
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 5$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 2 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 2 et 55.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°308



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 10 + 3 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 3 par 3.

$E = (3 + 2) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 2 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 245 = 980 \leq 983 < 984 = 4 \times 246$: le quotient est 245, le reste $983 - 980 = 3$.

$983 = 4 \times 245 + 3$, avec $3 < 4$.

$26 \times 13 = 338 \leq 362 < 364 = 26 \times 14$: le quotient est 13, le reste $362 - 338 = 24$.

$362 = 26 \times 13 + 24$, avec $24 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $502 = 15 \times 33 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $502 = 15 \times 32 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $502 = 15 \times 34 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 33, reste 7.

Comme $7 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 502 par 33 : quotient 15, reste 7.

3. $134 = 25 \times 5 + 9$

En 5 soirs, elle lit 125 pages ; il lui en reste encore 9.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 9 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 120	oui	oui	oui	oui	oui
417	non	oui	non	non	non
2 709	non	oui	non	oui	non
9 278	oui	non	non	non	non
965	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°308



CAPU0308

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\ 120 &\rightarrow 6 + 1 + 2 + 0 = 9 & 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 & 2\ 709 &\rightarrow 2 + 7 + 0 + 9 = 18 \\ 9\ 278 &\rightarrow 9 + 2 + 7 + 8 = 26 & 965 &\rightarrow 9 + 6 + 5 = 20 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 3 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 333.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 64 est pair mais $64 = 3 \times 21 + 1$.
« 8 est un diviseur de 88. » **Vrai.** $88 = 8 \times 11$: le reste de la division de 88 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 74 - 3 \times 3 = 74 - 9 = 65$

$$B = 42 \div 7 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = (4 \times 7 - 2) \div 4 = (28 - 2) \div 4 = 26 \div 4 = 6,5$$

$$D = 5 \times [36 - (7 + 4)] = 5 \times [36 - 11] = 5 \times 25 = 125$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + (4 - 4) \times 2 = 6 + 0 \times 2 = 6 + 0 = 6$$

$$8 \times 4 - (9 - 7) = 8 \times 4 - 2 = 32 - 2 = 30$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$F = 2 \times 85 \times 5 = 2 \times 5 \times 85 = 10 \times 85 = 850$$

$$G = 17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 17 \times 10 + 17 \times 1 = 170 + 17 = 187$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (4 + 1)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$118 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°308



CAPU0308

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 6 = 2 \times 36 - 6 = 72 - 6 = 66$

$$B = (2 \times 6)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 5 : 2n^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } n = 10 : 2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

a) L'aire exacte est $4\pi \text{ m}^2$.

$$4 \times 3,14 = 12,56$$

b) L'aire vaut environ 13 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 2^2$, et non $(\pi \times 2)^2$. On élève 2 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 2 et 55. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).