



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°309



CAPU0309

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 6 et 2 par 4.
- **B** est la somme de 6 et du produit de 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 2) \times 3 \quad \mathbf{D} = (5 + 9) \div 7 \quad \mathbf{E} = 7^2 - 42$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$926 \text{ divisé par } 9 \quad 978 \text{ divisé par } 27$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 121 par 8 ? Justifier.

$$(a) 121 = 8 \times 15 + 1 \quad (b) 121 = 8 \times 16 - 7 \quad (c) 121 = 8 \times 14 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 232 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
665					
2 362					
2 610					
1 053					
741					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 186.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°309



CAPU0309

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 58 - 5 + 4 \quad B = 5 \times 3 - 2 \times 6$$

$$C = (6 + 11) \times 5 - 3 \quad D = [3 + 5 \times (11 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 4 - 3 \times 2 = 18 \quad 5 \times 6 - 5 + 7 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 81 + 20 \times 19 \quad F = 43 \times 9 \quad G = 2 \times 57 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 9 + 9 + 9 \quad 11 \times 11 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

59 ; 21 ; 114 ; 36 ; 8 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $7n^2$ pour $n = 5$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 32 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 30 et 53.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°309



CAPU0309

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 2) \times 4 = 8 \times 4 = 32$

$B = 6 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 2 par 3.

$D = (5 + 9) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 5 et 9 par 7.

$E = 7^2 - 42$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 7 et 42.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 102 = 918 \leq 926 < 927 = 9 \times 103$: le quotient est 102, le reste $926 - 918 = 8$.

$926 = 9 \times 102 + 8$, avec $8 < 9$.

$27 \times 36 = 972 \leq 978 < 999 = 27 \times 37$: le quotient est 36, le reste $978 - 972 = 6$.

$978 = 27 \times 36 + 6$, avec $6 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $121 = 8 \times 15 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $121 = 8 \times 16 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $121 = 8 \times 14 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 15, reste 1.

Comme $1 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 121 par 15 : quotient 8, reste 1.

3. $232 = 30 \times 7 + 22$

En 7 soirs, elle lit 210 pages ; il lui en reste encore 22.

a) Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 22 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
665	non	non	oui	non	non
2 362	oui	non	non	non	non
2 610	oui	oui	oui	oui	oui
1 053	non	oui	non	oui	non
741	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°309



CAPU0309

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 665 &\rightarrow 6 + 6 + 5 = 17 & 2\,362 &\rightarrow 2 + 3 + 6 + 2 = 13 & 2\,610 &\rightarrow 2 + 6 + 1 + 0 = 9 \\ 1\,053 &\rightarrow 1 + 0 + 5 + 3 = 9 & 741 &\rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 5 : 9 ; \square = 8 : 12$$

3 solutions : 123, 153, 183.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 603, somme des chiffres 9.

« 8 est un diviseur de 186. » **Faux.** $186 = 8 \times 23 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 58 - 5 + 4 = 53 + 4 = 57$

$$B = 5 \times 3 - 2 \times 6 = 15 - 12 = 3$$

$$C = (6 + 11) \times 5 - 3 = 17 \times 5 - 3 = 85 - 3 = 82$$

$$D = [3 + 5 \times (11 - 1)] \div 5 = [3 + 5 \times 10] \div 5 = [3 + 50] \div 5 = 53 \div 5 = 10,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 \times 4 - 3) \times 2 = (12 - 3) \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$5 \times (6 - 5) + 7 = 5 \times 1 + 7 = 5 + 7 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 81 + 20 \times 19 = 20 \times (81 + 19) = 20 \times 100 = 2\,000$$

$$F = 43 \times 9 = 43 \times (10 - 1) = 43 \times 10 - 43 \times 1 = 430 - 43 = 387$$

$$G = 2 \times 57 \times 5 = 2 \times 5 \times 57 = 10 \times 57 = 570$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 59 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2)$$

$$114 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 114 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°309



CAPU0309

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$$

$$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 5 : 7n^2 = 7 \times 5^2 = 7 \times 25 = 175$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : 7n^2 = 7 \times 0,5^2 = 7 \times 0,25 = 1,75$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 32 :

$$5^2 = 25 \leq 32 \text{ et } 6^2 = 36 > 32.$$

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$$32 - 25 = 7$$

b) Il lui restera 7 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 30 et 53. » $\rightarrow$ encore 22 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).