



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°31



CAPU0031

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 9 et 3 par 8.
- **B** est la somme de 9 et du produit de 3 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (18 + 2) \div 4 \quad \mathbf{D} = 8^2 + 7^2 \quad \mathbf{E} = 3 \times 3^2 - 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$449 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,143 \text{ divisé par } 17$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 369 par 11 ? Justifier.

$$(a) \, 369 = 11 \times 32 + 17 \quad (b) \, 369 = 11 \times 33 + 6 \quad (c) \, 369 = 11 \times 34 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 146 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 540					
6 417					
565					
2 954					
867					

2. Dans le nombre $8\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 7 est un diviseur de 189.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°31



CAPU0031

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 71 - 6 \times 2 \quad B = 36 \div 9 \times 5$$

$$C = (6 + 9) \times 5 - 13 \quad D = 2 \times [23 - (8 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 4 - 7 \times 3 = 63 \quad 6 \times 8 + 4 \times 2 = 144$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 \quad F = 40 \times 101 \quad G = 89 + 3,45 + 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 64 ; 71 ; 60 ; 1 000 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 2 \quad B = (2 \times 3)^2 - 2$$

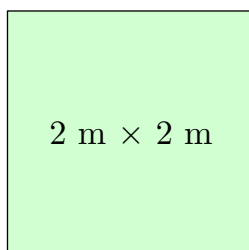
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 24 = 10n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 5 et 55.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°31



CAPU0031

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 + 3) \times 8 = 12 \times 8 = 96$

$B = 9 + 3 \times 8 = 9 + 24 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (18 + 2) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 18 et 2 par 4.

$D = 8^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 7.

$E = 3 \times 3^2 - 4$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 3 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 74 = 444 \leq 449 < 450 = 6 \times 75$: le quotient est 74, le reste $449 - 444 = 5$.

$449 = 6 \times 74 + 5$, avec $5 < 6$.

$17 \times 67 = 1\,139 \leq 1\,143 < 1\,156 = 17 \times 68$: le quotient est 67, le reste $1\,143 - 1\,139 = 4$.

$1\,143 = 17 \times 67 + 4$, avec $4 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $369 = 11 \times 32 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $369 = 11 \times 33 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $369 = 11 \times 34 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 6.

Comme $6 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 369 par 33 : quotient 11, reste 6.

3. $146 = 6 \times 24 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 24 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 540	oui	non	oui	non	oui
6 417	non	oui	non	oui	non
565	non	non	oui	non	non
2 954	oui	non	non	non	non
867	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°31



CAPU0031

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,540 &\rightarrow 7 + 5 + 4 + 0 = 16 & 6\,417 &\rightarrow 6 + 4 + 1 + 7 = 18 & 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \\ 2\,954 &\rightarrow 2 + 9 + 5 + 4 = 20 & 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 0 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 810.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 7 est un diviseur de 189. » **Vrai.** $189 = 7 \times 27$: le reste de la division de 189 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 71 - 6 \times 2 = 71 - 12 = 59$

$$B = 36 \div 9 \times 5 = 4 \times 5 = 20$$

$$C = (6 + 9) \times 5 - 13 = 15 \times 5 - 13 = 75 - 13 = 62$$

$$D = 2 \times [23 - (8 + 6)] = 2 \times [23 - 14] = 2 \times 9 = 18$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 \times 4 - 7) \times 3 = (28 - 7) \times 3 = 21 \times 3 = 63$$

$$6 \times (8 + 4) \times 2 = 6 \times 12 \times 2 = 72 \times 2 = 144$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 40 \times 101 = 40 \times (100 + 1) = 40 \times 100 + 40 \times 1 = 4\,000 + 40 = 4\,040$$

$$G = 89 + 3,45 + 11 = 89 + 11 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $6 \times 6 = 6^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (4 + 3)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 71 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 2 = 2 \times 9 - 2 = 18 - 2 = 16$

$$B = (2 \times 3)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 24 = 5^2 + 24 = 25 + 24 = 49 \text{ et } 10n = 10 \times 5 = 50.$$

49 $\neq$ 50 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

$$\text{Pour } n = 4 : n^2 + 24 = 4^2 + 24 = 16 + 24 = 40 \text{ et } 10n = 10 \times 4 = 40.$$

40 = 40 : l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 4 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$2 \times 2 = 4$$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

$$4 \text{ rangées de 4 carreaux : } 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 5 et 55. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).