



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°310



CAPU0310

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 10 et du quotient de 12 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 10 et 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 15 + 4 \times 7 \quad \mathbf{D} = (2 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 48 - 7 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

823 divisé par 5 1 938 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 195 par 7 ? Justifier.

$$(a) 195 = 7 \times 27 + 6 \quad (b) 195 = 7 \times 28 - 1 \quad (c) 195 = 7 \times 26 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 98 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 330					
475					
897					
5 438					
6 453					

2. Dans le nombre $55\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 167 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°310



CAPU0310

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 13 + 8 \quad B = 7 \times 6 - 2 \times 5$$

$$C = (9 + 4) \times 4 - 10 \quad D = [8 + 9 \times (12 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 - 3 + 7 \times 2 = 20 \quad 9 + 4 + 2 \times 6 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad F = 21 \times 101 \quad G = 46 + 5,05 + 54$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 + 7 + 7 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

69 ; 16 ; 27 ; 109 ; 36 ; 92

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 8 \quad B = (3 \times 4)^2 - 8$$

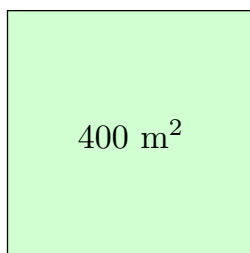
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 7$ et $B = (2a)^2 - 7$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 81 et 160.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°310



CAPU0310

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 + 12 \div 2 = 10 + 6 = 16$

$$B = (10 + 12) \div 2 = 22 \div 2 = 11$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 15 + 4 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 4 par 7.

$$D = (2 + 7)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 2 et 7.}$$

$$E = 48 - 7 \times 6 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre 48 et le produit de 7 par 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 164 = 820 \leq 823 < 825 = 5 \times 165$: le quotient est 164, le reste $823 - 820 = 3$.

$$\mathbf{823 = 5 \times 164 + 3}, \text{ avec } 3 < 5.$$

$$29 \times 66 = 1\,914 \leq 1\,938 < 1\,943 = 29 \times 67 : \text{le quotient est 66, le reste } 1\,938 - 1\,914 = 24.$$

$$\mathbf{1\,938 = 29 \times 66 + 24}, \text{ avec } 24 < 29.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $195 = 7 \times 27 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $195 = 7 \times 28 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $195 = 7 \times 26 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 6.

Comme $6 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 195 par 27 : quotient 7, reste 6.

3. $98 = 12 \times 8 + 2$

En 8 soirs, elle lit 96 pages ; il lui en reste encore 2.

a) Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 2 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 330	oui	oui	oui	non	oui
475	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
5 438	oui	non	non	non	non
6 453	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°310



CAPU0310

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 6\,330 \rightarrow 6 + 3 + 3 + 0 = 12 & 475 \rightarrow 4 + 7 + 5 = 16 & 897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \\ 5\,438 \rightarrow 5 + 4 + 3 + 8 = 20 & 6\,453 \rightarrow 6 + 4 + 5 + 3 = 18 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 5 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 555.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 167 est un multiple de 7. » **Faux.** $167 = 7 \times 23 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 48 - 13 + 8 = 35 + 8 = 43$

$$B = 7 \times 6 - 2 \times 5 = 42 - 10 = 32$$

$$C = (9 + 4) \times 4 - 10 = 13 \times 4 - 10 = 52 - 10 = 42$$

$$D = [8 + 9 \times (12 - 5)] \div 5 = [8 + 9 \times 7] \div 5 = [8 + 63] \div 5 = 71 \div 5 = 14,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 - 3 + 7) \times 2 = (3 + 7) \times 2 = 10 \times 2 = 20$$

$$(9 + 4 + 2) \times 6 = (13 + 2) \times 6 = 15 \times 6 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$F = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\,100 + 21 = 2\,121$$

$$G = 46 + 5,05 + 54 = 46 + 54 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 69 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°310



92 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2$) 109 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$

$$B = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 7 = 2 \times 3^2 - 7 = 2 \times 9 - 7 = 18 - 7 = 11$$

$$B = (2a)^2 - 7 = (2 \times 3)^2 - 7 = 6^2 - 7 = 36 - 7 = 29$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$$4 \times 20 = 80$$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 81 et 160. » $\rightarrow$ encore 78 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).