



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°311



CAPU0311

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 + 24 \div 4 \quad \mathbf{D} = (1 + 3)^3 \quad \mathbf{E} = 4 \times 7^2 - 10$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

572 divisé par 6 1 363 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 68 par 7 ? Justifier.

$$(a) 68 = 7 \times 8 + 12 \quad (b) 68 = 7 \times 9 + 5 \quad (c) 68 = 7 \times 10 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 108 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
717					
4 383					
305					
6 430					
4 756					

2. Dans le nombre $8\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 120 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°311



CAPU0311

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 90 - 6 \times 8 \quad B = 24 \div 8 \times 2$$

$$C = (9 \times 5 - 5) \div 2 \quad D = 4 \times [35 - (2 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 9 \times 5 + 5 = 200 \quad 7 + 3 \times 9 \times 2 = 68$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 25 \times 25 \quad F = 14 \times 101 \quad G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 4 + 4 + 4 \quad 8 \times 8 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

71 ; 27 ; 25 ; 78 ; 49 ; 74

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 8 \quad B = (2 \times 4)^2 - 8$$

$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 15 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 83 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 47 et 106.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°311



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 24 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 24 par 4.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 4 \times 7^2 - 10$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 7 et 10.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 95 = 570 \leq 572 < 576 = 6 \times 96$: le quotient est 95, le reste $572 - 570 = 2$.

$572 = 6 \times 95 + 2$, avec $2 < 6$.

$12 \times 113 = 1\,356 \leq 1\,363 < 1\,368 = 12 \times 114$: le quotient est 113, le reste $1\,363 - 1\,356 = 7$.

$1\,363 = 12 \times 113 + 7$, avec $7 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $68 = 7 \times 8 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $68 = 7 \times 9 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $68 = 7 \times 10 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 9, reste 5.

Comme $5 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 68 par 9 : quotient 7, reste 5.

3. $108 = 15 \times 7 + 3$

En 7 soirs, elle lit 105 pages ; il lui en reste encore 3.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 3 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
717	non	oui	non	non	non
4 383	non	oui	non	oui	non
305	non	non	oui	non	non
6 430	oui	non	oui	non	oui
4 756	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°311



CAPU0311

Sommes des chiffres :

$$717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \quad 4\,383 \rightarrow 4 + 3 + 8 + 3 = 18 \quad 305 \rightarrow 3 + 0 + 5 = 8$$
$$6\,430 \rightarrow 6 + 4 + 3 + 0 = 13 \quad 4\,756 \rightarrow 4 + 7 + 5 + 6 = 22$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 6 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 846.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 33 est divisible par 3 ($33 = 3 \times 11$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 120 est un multiple de 6. » **Vrai.** $120 = 6 \times 20$: le reste de la division de 120 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 90 - 6 \times 8 = 90 - 48 = 42$

$$B = 24 \div 8 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (9 \times 5 - 5) \div 2 = (45 - 5) \div 2 = 40 \div 2 = 20$$

$$D = 4 \times [35 - (2 + 3)] = 4 \times [35 - 5] = 4 \times 30 = 120$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (9 \times 5 + 5) = 4 \times (45 + 5) = 4 \times 50 = 200$$

$$(7 + 3 \times 9) \times 2 = (7 + 27) \times 2 = 34 \times 2 = 68$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 25 \times 25 = 4 \times 25 \times 25 = 100 \times 25 = 2\,500$$

$$F = 14 \times 101 = 14 \times (100 + 1) = 14 \times 100 + 14 \times 1 = 1\,400 + 14 = 1\,414$$

$$G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3 \quad 8 \times 8 = 8^2 \quad 0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36 \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 71 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2)$$

$$74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2) \quad 78 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 78 < 81 = 9^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

$$B = (2 \times 4)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 15 = 1^2 + 15 = 1 + 15 = 16 \text{ et } 8n = 8 \times 1 = 8.$$

16 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 15 = 3^2 + 15 = 9 + 15 = 24 \text{ et } 8n = 8 \times 3 = 24.$$

24 = 24 : l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 3 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 83 :

$$9^2 = 81 \leq 83 \text{ et } 10^2 = 100 > 83.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$83 - 81 = 2$$

b) Il lui restera 2 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 47 et 106. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).