



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°312



CAPU0312

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 6 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 6 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 5) \div 4 \quad \mathbf{D} = (6 + 4) \times 4 \quad \mathbf{E} = (3 + 1)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

430 divisé par 9 1 603 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 129 par 9 ? Justifier.

$$(a) 129 = 9 \times 15 - 6 \quad (b) 129 = 9 \times 14 + 3 \quad (c) 129 = 9 \times 13 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 71 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 550					
385					
9 112					
2 709					
141					

2. Dans le nombre $93\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 261 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°312



CAPU0312

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 47 - 9 + 12 \quad B = 3 \times 4 - 3 \times 4$$

$$C = (5 \times 4 - 8) \div 2 \quad D = 7,5 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 3 \times 3 - 6 = 24 \quad 5 \times 5 \times 2 + 6 = 80$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 99 \quad F = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad G = 4 \times 29 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 7 \times 7 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 144 ; 8 ; 121 ; 113 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

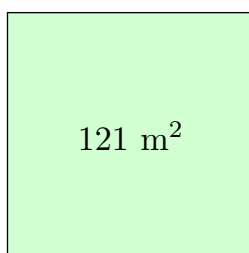
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 96 et 132.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°312



CAPU0312

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$B = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 5) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 5 par 4.

$D = (6 + 4) \times 4$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 4 par 4.

$E = (3 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 47 = 423 \leq 430 < 432 = 9 \times 48$: le quotient est 47, le reste $430 - 423 = 7$.

$430 = 9 \times 47 + 7$, avec $7 < 9$.

$19 \times 84 = 1\,596 \leq 1\,603 < 1\,615 = 19 \times 85$: le quotient est 84, le reste $1\,603 - 1\,596 = 7$.

$1\,603 = 19 \times 84 + 7$, avec $7 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $129 = 9 \times 15 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $129 = 9 \times 14 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $129 = 9 \times 13 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 3.

Comme $3 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 129 par 14 : quotient 9, reste 3.

3. $71 = 6 \times 11 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 11 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 550	oui	non	oui	non	oui
385	non	non	oui	non	non
9 112	oui	non	non	non	non
2 709	non	oui	non	oui	non
141	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°312



CAPU0312

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,550 &\rightarrow 4 + 5 + 5 + 0 = 14 & 385 &\rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 & 9\,112 &\rightarrow 9 + 1 + 1 + 2 = 13 \\ 2\,709 &\rightarrow 2 + 7 + 0 + 9 = 18 & 141 &\rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 3 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12 ; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 930, 936.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 84 est divisible par 3 ($84 = 3 \times 28$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 261 est un multiple de 9. » **Vrai.** $261 = 9 \times 29$: le reste de la division de 261 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 47 - 9 + 12 = 38 + 12 = 50$

$$B = 3 \times 4 - 3 \times 4 = 12 - 12 = 0$$

$$C = (5 \times 4 - 8) \div 2 = (20 - 8) \div 2 = 12 \div 2 = 6$$

$$D = 7,5 + 5 \times 0,2 = 7,5 + 1 = 8,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 3) \times 3 - 6 = 10 \times 3 - 6 = 30 - 6 = 24$$

$$5 \times (5 \times 2 + 6) = 5 \times (10 + 6) = 5 \times 16 = 80$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

$$F = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$G = 4 \times 29 \times 25 = 4 \times 25 \times 29 = 100 \times 29 = 2\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2$ » **Faux.** $(5 + 4)^2 = 9^2 = 81$, alors que $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°312



CAPU0312

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$

$$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 5$: $n^2 + 3 = 5^2 + 3 = 25 + 3 = 28$ et $4n = 4 \times 5 = 20$.

$28 \neq 20$: l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ et $4n = 4 \times 3 = 12$.

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté^2 , son périmètre $4 \times \text{côté}$.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 96 et 132. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).