



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°313



CAPU0313

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 24 et du quotient de 27 par 3.
- **B** est le quotient de la somme de 24 et 27 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (2 + 1)^2 \quad E = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

614 divisé par 8 2 438 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 270 par 12 ? Justifier.

$$(a) 270 = 12 \times 21 + 18 \quad (b) 270 = 12 \times 23 - 6 \quad (c) 270 = 12 \times 22 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 282 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 282 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 652					
777					
655					
3 789					
3 120					

2. Dans le nombre $6\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 8 est un diviseur de 200.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°313



CAPU0313

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 61 - 5 \times 5 \quad B = 6 \div 2 \times 4$$

$$C = (8 \times 9 - 7) \div 2 \quad D = 2 \times [28 - (7 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 - 2 \times 7 = 126 \quad 7 - 5 + 9 \times 9 = 99$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 88 \times 25 \quad F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 \quad G = 44 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 5^2 = 10^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

105 ; 79 ; 125 ; 80 ; 36 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 7 \quad B = (3 \times 3)^2 - 7$$

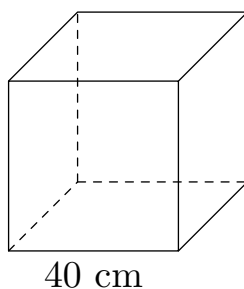
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 5$ et $B = (2x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 134 et 191.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°313



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 24 + 27 \div 3 = 24 + 9 = 33$

$B = (24 + 27) \div 3 = 51 \div 3 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 6.

$D = (2 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 1.

$E = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 76 = 608 \leq 614 < 616 = 8 \times 77$: le quotient est 76, le reste $614 - 608 = 6$.

$614 = 8 \times 76 + 6$, avec $6 < 8$.

$17 \times 143 = 2\,431 \leq 2\,438 < 2\,448 = 17 \times 144$: le quotient est 143, le reste $2\,438 - 2\,431 = 7$.

$2\,438 = 17 \times 143 + 7$, avec $7 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $270 = 12 \times 21 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $270 = 12 \times 23 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $270 = 12 \times 22 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 22, reste 6.

Comme $6 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 270 par 22 : quotient 12, reste 6.

3. $282 = 7 \times 40 + 2$

a) 282 jours font 40 semaines complètes et 2 jours.

Après 40 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 2 jours : dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 282 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 652	oui	non	non	non	non
777	non	oui	non	non	non
655	non	non	oui	non	non
3 789	non	oui	non	oui	non
3 120	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°313



CAPU0313

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 652 &\rightarrow 1 + 6 + 5 + 2 = 14 & 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & 655 &\rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 \\ 3\ 789 &\rightarrow 3 + 7 + 8 + 9 = 27 & 3\ 120 &\rightarrow 3 + 1 + 2 + 0 = 6 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 0 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6; \square = 3 : 9; \square = 6 : 12; \square = 9 : 15$$

4 solutions : 600, 630, 660, 690.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 8 est un diviseur de 200. » **Vrai.** $200 = 8 \times 25$: le reste de la division de 200 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 61 - 5 \times 5 = 61 - 25 = 36$

$$B = 6 \div 2 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$C = (8 \times 9 - 7) \div 2 = (72 - 7) \div 2 = 65 \div 2 = 32,5$$

$$D = 2 \times [28 - (7 + 9)] = 2 \times [28 - 16] = 2 \times 12 = 24$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 \times 4 - 2) \times 7 = (20 - 2) \times 7 = 18 \times 7 = 126$$

$$(7 - 5 + 9) \times 9 = (2 + 9) \times 9 = 11 \times 9 = 99$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 88 \times 25 = 4 \times 25 \times 88 = 100 \times 88 = 8\ 800$$

$$F = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

$$G = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\ 400 - 44 = 4\ 356$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2 \times 5^2 = 10^2$ » **Faux.** $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$, alors que $10^2 = 100$. Le carré ne porte que sur 5.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2) \quad 80 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2)$$

$$105 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$

$$B = (3 \times 3)^2 - 7 = 9^2 - 7 = 81 - 7 = 74$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 5 = 2 \times 5^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$$

$$B = (2x)^2 - 5 = (2 \times 5)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 134 et 191. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).