



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°314



CAPU0314

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 4 et de 1.
- **B** est le carré de la somme de 4 et 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3^2 + 2^2 \quad \mathbf{D} = 14 - 3 \times 2 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

680 divisé par 7 1 685 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 435 par 12 ? Justifier.

$$(a) 435 = 12 \times 37 - 9 \quad (b) 435 = 12 \times 36 + 3 \quad (c) 435 = 12 \times 35 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 210 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 370					
6 597					
951					
1 282					
355					

2. Dans le nombre $11\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 174 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°314



CAPU0314

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 7 + 12 \quad B = 32 \div 8 \times 4$$

$$C = (7 \times 4 - 9) \div 2 \quad D = 2 \times [26 - (9 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 7 - 6 - 5 = 13 \quad 3 + 7 \times 5 - 7 = 43$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 24 \times 18 + 24 \times 82 \quad F = 47 \times 101 \quad G = 61 + 5,05 + 39$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 \times 8 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 6^2 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

69 ; 100 ; 8 ; 64 ; 51 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 9 \quad B = (2 \times 4)^2 - 9$$

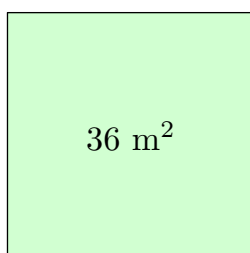
$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 143 et 200.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°314



CAPU0314

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$B = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 2.

$D = 14 - 3 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 14 et le produit de 3 par 2.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 97 = 679 \leq 680 < 686 = 7 \times 98$: le quotient est 97, le reste $680 - 679 = 1$.

$680 = 7 \times 97 + 1$, avec $1 < 7$.

$17 \times 99 = 1\,683 \leq 1\,685 < 1\,700 = 17 \times 100$: le quotient est 99, le reste $1\,685 - 1\,683 = 2$.

$1\,685 = 17 \times 99 + 2$, avec $2 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $435 = 12 \times 37 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $435 = 12 \times 36 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $435 = 12 \times 35 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 3.

Comme $3 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 435 par 36 : quotient 12, reste 3.

3. $210 = 25 \times 8 + 10$

En 8 soirs, elle lit 200 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 370	oui	oui	oui	non	oui
6 597	non	oui	non	oui	non
951	non	oui	non	non	non
1 282	oui	non	non	non	non
355	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°314



CAPU0314

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 2\,370 \rightarrow 2 + 3 + 7 + 0 = 12 & 6\,597 \rightarrow 6 + 5 + 9 + 7 = 27 & 951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \\ 1\,282 \rightarrow 1 + 2 + 8 + 2 = 13 & 355 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 1 + \square = 2 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 6$$

Une seule solution : 114.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 42 est divisible par 3 ($42 = 3 \times 14$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 174 est un multiple de 6. » **Vrai.** $174 = 6 \times 29$: le reste de la division de 174 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 7 + 12 = 44 + 12 = 56$

$$B = 32 \div 8 \times 4 = 4 \times 4 = 16$$

$$C = (7 \times 4 - 9) \div 2 = (28 - 9) \div 2 = 19 \div 2 = 9,5$$

$$D = 2 \times [26 - (9 + 7)] = 2 \times [26 - 16] = 2 \times 10 = 20$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 7 - (6 - 5) = 7 + 7 - 1 = 14 - 1 = 13$$

$$(3 + 7) \times 5 - 7 = 10 \times 5 - 7 = 50 - 7 = 43$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 24 \times 18 + 24 \times 82 = 24 \times (18 + 82) = 24 \times 100 = 2\,400$$

$$F = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\,700 + 47 = 4\,747$$

$$G = 61 + 5,05 + 39 = 61 + 39 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » Faux. } 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$51 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°314



CAPU0314

69 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 69 < 81 = 9^2$) $100 = 10^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 9 = 2 \times 16 - 9 = 32 - 9 = 23$

$$B = (2 \times 4)^2 - 9 = 8^2 - 9 = 64 - 9 = 55$$

$$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

$$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$$4 \times 6 = 24$$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 143 et 200. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).