



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°315



CAPU0315

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 21 et le produit de 4 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 21 et 4 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 5)^2 \quad D = 5 \times (14 - 5) \quad E = 2^2 + 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

727 divisé par 9 582 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 361 par 12 ? Justifier.

$$(a) 361 = 12 \times 30 + 1 \quad (b) 361 = 12 \times 31 - 11 \quad (c) 361 = 12 \times 29 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 66 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 689					
6 806					
775					
5 710					
111					

2. Dans le nombre $7\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 114 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°315



CAPU0315

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 5 \times 7 \quad B = 54 \div 9 \times 3$$

$$C = (5 \times 9 - 1) \div 2 \quad D = [5 + 6 \times (8 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 8 - 5 + 5 = 11 \quad 5 \times 9 \times 9 - 5 = 180$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad F = 2 \times 73 \times 5 \quad G = 35 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

60 ; 51 ; 16 ; 36 ; 132 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 6 \quad B = (4 \times 5)^2 - 6$$

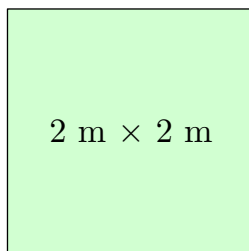
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 4$ et $B = (2a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 116 et 178.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 21 - 4 \times 5 = 21 - 20 = 1$

$B = (21 - 4) \times 5 = 17 \times 5 = 85$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 5.

$D = 5 \times (14 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 14 et 5.

$E = 2^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 80 = 720 \leq 727 < 729 = 9 \times 81$: le quotient est 80, le reste $727 - 720 = 7$.

$727 = 9 \times 80 + 7$, avec $7 < 9$.

$23 \times 25 = 575 \leq 582 < 598 = 23 \times 26$: le quotient est 25, le reste $582 - 575 = 7$.

$582 = 23 \times 25 + 7$, avec $7 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $361 = 12 \times 30 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $361 = 12 \times 31 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $361 = 12 \times 29 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 30, reste 1.

Comme $1 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 361 par 30 : quotient 12, reste 1.

3. $66 = 12 \times 5 + 6$

5 minibus pleins transportent 60 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 6 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 689	non	oui	non	oui	non
6 806	oui	non	non	non	non
775	non	non	oui	non	non
5 710	oui	non	oui	non	oui
111	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$4\ 689 \rightarrow 4 + 6 + 8 + 9 = 27 \quad 6\ 806 \rightarrow 6 + 8 + 0 + 6 = 20 \quad 775 \rightarrow 7 + 7 + 5 = 19$$

$$5\ 710 \rightarrow 5 + 7 + 1 + 0 = 13 \quad 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 4 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 714, 744, 774.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 38 est pair mais $38 = 3 \times 12 + 2$.

« 114 est un multiple de 9. » **Faux**. $114 = 9 \times 12 + 6$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 5 \times 7 = 18 + 35 = 53$

$$B = 54 \div 9 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (5 \times 9 - 1) \div 2 = (45 - 1) \div 2 = 44 \div 2 = 22$$

$$D = [5 + 6 \times (8 - 4)] \div 2 = [5 + 6 \times 4] \div 2 = [5 + 24] \div 2 = 29 \div 2 = 14,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (8 - 5) + 5 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$$

$$5 \times 9 \times (9 - 5) = 5 \times 9 \times 4 = 45 \times 4 = 180$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$F = 2 \times 73 \times 5 = 2 \times 5 \times 73 = 10 \times 73 = 730$$

$$G = 35 \times 101 = 35 \times (100 + 1) = 35 \times 100 + 35 \times 1 = 3\ 500 + 35 = 3\ 535$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°315



CAPU0315

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $36 = 6^2$: **carré**

51 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2$) 60 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2$)

132 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 132 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 6 = 4 \times 25 - 6 = 100 - 6 = 94$

$B = (4 \times 5)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$

$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2a^2 - 4 = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$B = (2a)^2 - 4 = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$2 \times 2 = 4$

a) **Il faut 4 carreaux le long d'un côté.**

4 rangées de 4 carreaux : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

b) **Il faut 16 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 116 et 178. » $\rightarrow$ encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).