



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°316



CAPU0316

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 14 et 2 par 7.
- **B** est la somme de 14 et du produit de 2 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^2 \quad D = 47 - 6 \times 5 \quad E = 3 + 56 \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

688 divisé par 9 302 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 317 par 11 ? Justifier.

$$(a) 317 = 11 \times 28 + 9 \quad (b) 317 = 11 \times 29 - 2 \quad (c) 317 = 11 \times 27 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 317 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 679					
265					
417					
6 754					
6 010					

2. Dans le nombre $1\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 174.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°316



CAPU0316

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 58 - 11 + 8 \quad B = 14 \div 2 \times 2$$

$$C = 75 - 2 \times (19 - 3) \quad D = [8 + 3 \times (7 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 - 3 + 5 \times 6 = 36 \quad 4 + 7 \times 8 + 7 = 95$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 74 \times 25 \quad F = 27 \times 9 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 11 \times 11 \quad 5 + 5 + 5 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 6 \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

62 ; 121 ; 81 ; 1 000 ; 64 ; 60

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 3 \quad B = (3 \times 5)^2 - 3$$

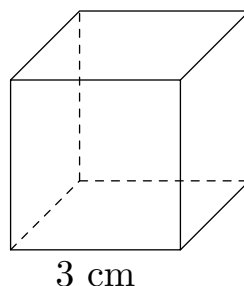
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 155 et 206.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°316



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (14 + 2) \times 7 = 16 \times 7 = 112$

$B = 14 + 2 \times 7 = 14 + 14 = 28$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 2.

$D = 47 - 6 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 47 et le produit de 6 par 5.

$E = 3 + 56 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 56 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 76 = 684 \leq 688 < 693 = 9 \times 77$: le quotient est 76, le reste $688 - 684 = 4$.

$688 = 9 \times 76 + 4$, avec $4 < 9$.

$23 \times 13 = 299 \leq 302 < 322 = 23 \times 14$: le quotient est 13, le reste $302 - 299 = 3$.

$302 = 23 \times 13 + 3$, avec $3 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $317 = 11 \times 28 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $317 = 11 \times 29 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $317 = 11 \times 27 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 28, reste 9.

Comme $9 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 317 par 28 : quotient 11, reste 9.

3. $317 = 25 \times 12 + 17$

En 12 soirs, elle lit 300 pages ; il lui en reste encore 17.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 17 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 679	non	oui	non	oui	non
265	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
6 754	oui	non	non	non	non
6 010	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°316



CAPU0316

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\ 679 &\rightarrow 5 + 6 + 7 + 9 = 27 & 265 &\rightarrow 2 + 6 + 5 = 13 & 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \\ 6\ 754 &\rightarrow 6 + 7 + 5 + 4 = 22 & 6\ 010 &\rightarrow 6 + 0 + 1 + 0 = 7 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 9 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 189.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 180, somme des chiffres 9.

« 6 est un diviseur de 174. » **Vrai.** $174 = 6 \times 29$: le reste de la division de 174 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 58 - 11 + 8 = 47 + 8 = 55$

$$B = 14 \div 2 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = 75 - 2 \times (19 - 3) = 75 - 2 \times 16 = 75 - 32 = 43$$

$$D = [8 + 3 \times (7 - 3)] \div 2 = [8 + 3 \times 4] \div 2 = [8 + 12] \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 - 3 + 5) \times 6 = (1 + 5) \times 6 = 6 \times 6 = 36$$

$$(4 + 7) \times 8 + 7 = 11 \times 8 + 7 = 88 + 7 = 95$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 74 \times 25 = 4 \times 25 \times 74 = 100 \times 74 = 7\ 400$$

$$F = 27 \times 9 = 27 \times (10 - 1) = 27 \times 10 - 27 \times 1 = 270 - 27 = 243$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2) \quad 62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°316



CAPU0316

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 3 = 3 \times 25 - 3 = 75 - 3 = 72$

$$B = (3 \times 5)^2 - 3 = 15^2 - 3 = 225 - 3 = 222$$

$$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38 \text{ et } 3x = 3 \times 6 = 18.$$

$38 \neq 18$: l'égalité est fausse pour $x = 6$.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3 \text{ et } 3x = 3 \times 1 = 3.$$

$3 = 3$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

$$\text{Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27.$$

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 155 et 206. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).