



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°317



CAPU0317

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 11 et 5 par 2.
- **B** est la différence entre 11 et le produit de 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 12 + 3 \times 3 \quad \mathbf{D} = (3 + 2)^3 \quad \mathbf{E} = (7 + 3) \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

301 divisé par 4 309 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 88 par 10 ? Justifier.

$$(a) 88 = 10 \times 7 + 18 \quad (b) 88 = 10 \times 9 - 2 \quad (c) 88 = 10 \times 8 + 8$$

3. Problème.

Une ferme a ramassé 178 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
951					
4 620					
5 972					
145					
6 633					

2. Dans le nombre $33\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 88 est un multiple de 4.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 18 + 6 \times 4 \quad \mathbf{B} = 6 \times 5 - 2 \times 4$$

$$\mathbf{C} = (8 + 3) \times 2 - 19 \quad \mathbf{D} = 5 \times [38 - (8 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 9 \times 4 + 5 = 87 \quad 3 \times 4 + 4 \times 3 = 72$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°317



CAPU0317

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 22 \times 99 \quad \mathbf{F} = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 \quad \mathbf{G} = 8 \times 36 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 3 + 3 + 3 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 36 ; 148 ; 56 ; 144 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 3 \times 4^2 - 1 \quad \mathbf{B} = (3 \times 4)^2 - 1$$

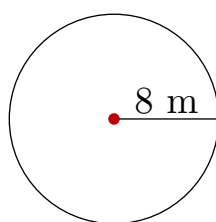
$$\mathbf{C} = 3^2 + 1^2 \quad \mathbf{D} = (3 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 24 = 10x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 8 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 17 et 75.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°317



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (11 - 5) \times 2 = 6 \times 2 = 12$

$B = 11 - 5 \times 2 = 11 - 10 = 1$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12 + 3 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 3 par 3.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = (7 + 3) \times 6$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 3 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 75 = 300 \leq 301 < 304 = 4 \times 76$: le quotient est 75, le reste $301 - 300 = 1$.

$301 = 4 \times 75 + 1$, avec $1 < 4$.

$11 \times 28 = 308 \leq 309 < 319 = 11 \times 29$: le quotient est 28, le reste $309 - 308 = 1$.

$309 = 11 \times 28 + 1$, avec $1 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $88 = 10 \times 7 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $88 = 10 \times 9 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $88 = 10 \times 8 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 8, reste 8.

3. $178 = 12 \times 14 + 10$, avec $10 < 12$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 10 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
951	non	oui	non	non	non
4 620	oui	oui	oui	non	oui
5 972	oui	non	non	non	non
145	non	non	oui	non	non
6 633	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15$

$4\ 620 \rightarrow 4 + 6 + 2 + 0 = 12$

$5\ 972 \rightarrow 5 + 9 + 7 + 2 = 23$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°317



CAPU0317

$$145 \rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 \quad 6\,633 \rightarrow 6 + 6 + 3 + 3 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $3 + 3 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 330, 336.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 15 est divisible par 3 ($15 = 3 \times 5$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 88 est un multiple de 4. » **Vrai.** $88 = 4 \times 22$: le reste de la division de 88 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 6 \times 4 = 18 + 24 = 42$

$$B = 6 \times 5 - 2 \times 4 = 30 - 8 = 22$$

$$C = (8 + 3) \times 2 - 19 = 11 \times 2 - 19 = 22 - 19 = 3$$

$$D = 5 \times [38 - (8 + 5)] = 5 \times [38 - 13] = 5 \times 25 = 125$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 9 \times (4 + 5) = 6 + 9 \times 9 = 6 + 81 = 87$$

$$3 \times (4 + 4) \times 3 = 3 \times 8 \times 3 = 24 \times 3 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 99 = 22 \times (100 - 1) = 22 \times 100 - 22 \times 1 = 2\,200 - 22 = 2\,178$$

$$F = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 8 \times 36 \times 125 = 8 \times 125 \times 36 = 1\,000 \times 36 = 36\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $(4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$ » **Faux.** $(4 + 5)^2 = 9^2 = 81$, alors que $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$56 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 148 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (12^2 = 144 < 148 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°317



CAPU0317

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 1 = 3 \times 16 - 1 = 48 - 1 = 47$

$$B = (3 \times 4)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 24 = 6^2 + 24 = 36 + 24 = 60 \text{ et } 10x = 10 \times 6 = 60.$$

60 = 60 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

$$\text{Pour } x = 7 : x^2 + 24 = 7^2 + 24 = 49 + 24 = 73 \text{ et } 10x = 10 \times 7 = 70.$$

73 $\neq$ 70 : l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 6 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 8^2 = \pi \times 64 = 64\pi$

a) L'aire exacte est $64\pi \text{ m}^2$.

$$64 \times 3,14 = 200,96$$

b) L'aire vaut environ 201 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 8^2$, et non $(\pi \times 8)^2$. On élève 8 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 17 et 75. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).