



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°318



CAPU0318

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 9 et 8 par 8.
- **B** est la somme de 9 et du produit de 8 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 1)^3 \quad D = 63 - 7 \times 7 \quad E = 7 + 9 \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

177 divisé par 6 2 375 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 234 par 11 ? Justifier.

$$(a) 234 = 11 \times 20 + 14 \quad (b) 234 = 11 \times 22 - 8 \quad (c) 234 = 11 \times 21 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 145 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 145 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
115					
201					
1 066					
3 609					
9 190					

2. Dans le nombre $15\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 139 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°318



CAPU0318

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 + 4 \times 8 \quad B = 14 \div 2 \times 2$$

$$C = (8 \times 5 - 8) \div 4 \quad D = 6,4 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 5 \times 4 + 4 = 48 \quad 7 \times 2 - 2 + 2 = 2$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 31 \times 99 \quad F = 26 \times 39 + 26 \times 61 \quad G = 8 \times 28 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 9 + 9 + 9 \quad 10 \times 10 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

87 ; 125 ; 75 ; 97 ; 16 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 6 \quad B = (5 \times 6)^2 - 6$$

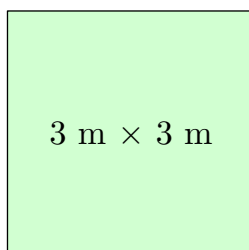
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 7$ et $B = (3x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 113.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°318



CAPU0318

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 + 8) \times 8 = 17 \times 8 = 136$

$B = 9 + 8 \times 8 = 9 + 64 = 73$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$D = 63 - 7 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 63 et le produit de 7 par 7.

$E = 7 + 9 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du produit de 9 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 29 = 174 \leq 177 < 180 = 6 \times 30$: le quotient est 29, le reste $177 - 174 = 3$.

$177 = 6 \times 29 + 3$, avec $3 < 6$.

$26 \times 91 = 2\,366 \leq 2\,375 < 2\,392 = 26 \times 92$: le quotient est 91, le reste $2\,375 - 2\,366 = 9$.

$2\,375 = 26 \times 91 + 9$, avec $9 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $234 = 11 \times 20 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $234 = 11 \times 22 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $234 = 11 \times 21 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 3.

Comme $3 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 234 par 21 : quotient 11, reste 3.

3. $145 = 7 \times 20 + 5$

a) 145 jours font 20 semaines complètes et 5 jours.

Après 20 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 5 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 145 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
115	non	non	oui	non	non
201	non	oui	non	non	non
1 066	oui	non	non	non	non
3 609	non	oui	non	oui	non
9 190	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°318



CAPU0318

Sommes des chiffres :

$$115 \rightarrow 1 + 1 + 5 = 7 \quad 201 \rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \quad 1\,066 \rightarrow 1 + 0 + 6 + 6 = 13$$
$$3\,609 \rightarrow 3 + 6 + 0 + 9 = 18 \quad 9\,190 \rightarrow 9 + 1 + 9 + 0 = 19$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 5 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 150, 156.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 558, somme des chiffres 18.

« 139 est un multiple de 9. » **Faux.** $139 = 9 \times 15 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 + 4 \times 8 = 26 + 32 = 58$

$$B = 14 \div 2 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (8 \times 5 - 8) \div 4 = (40 - 8) \div 4 = 32 \div 4 = 8$$

$$D = 6,4 + 2 \times 0,5 = 6,4 + 1 = 7,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 5 \times (4 + 4) = 8 + 5 \times 8 = 8 + 40 = 48$$

$$7 \times (2 - 2) + 2 = 7 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 31 \times 99 = 31 \times (100 - 1) = 31 \times 100 - 31 \times 1 = 3\,100 - 31 = 3\,069$$

$$F = 26 \times 39 + 26 \times 61 = 26 \times (39 + 61) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$G = 8 \times 28 \times 125 = 8 \times 125 \times 28 = 1\,000 \times 28 = 28\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $10 \times 10 = 10^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2)$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°318



CAPU0318

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 6 = 5 \times 36 - 6 = 180 - 6 = 174$

$$B = (5 \times 6)^2 - 6 = 30^2 - 6 = 900 - 6 = 894$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 7 = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$B = (3x)^2 - 7 = (3 \times 3)^2 - 7 = 9^2 - 7 = 81 - 7 = 74$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux} : 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 113. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).