



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°319



CAPU0319

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 6.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 5)^2 \quad D = 9^2 - 1 \quad E = 9 + 9 \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

290 divisé par 6 1 363 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 457 par 12 ? Justifier.

$$(a) 457 = 12 \times 39 - 11 \quad (b) 457 = 12 \times 37 + 13 \quad (c) 457 = 12 \times 38 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 400 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 400 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 344					
561					
185					
1 260					
7 353					

2. Dans le nombre $6\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 74 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°319



CAPU0319

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 51 - 13 + 8 \quad B = 7 \times 5 - 4 \times 6$$

$$C = (5 \times 4 - 1) \div 2 \quad D = [4 + 8 \times (8 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 8 - 6 + 5 = 5 \quad 9 \times 3 - 9 + 4 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 29 + 12,6 + 71 \quad F = 39 \times 11 \quad G = 41 \times 39 - 41 \times 29$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 10 \times 10$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

19 ; 66 ; 36 ; 1 000 ; 104 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 2 \quad B = (2 \times 6)^2 - 2$$

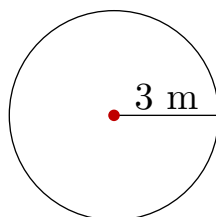
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 2n$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 59 et 120.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°319



CAPU0319

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$B = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 5.

$D = 9^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 1.

$E = 9 + 9 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 9 et du produit de 9 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 48 = 288 \leq 290 < 294 = 6 \times 49$: le quotient est 48, le reste $290 - 288 = 2$.

$290 = 6 \times 48 + 2$, avec $2 < 6$.

$22 \times 61 = 1\,342 \leq 1\,363 < 1\,364 = 22 \times 62$: le quotient est 61, le reste $1\,363 - 1\,342 = 21$.

$1\,363 = 22 \times 61 + 21$, avec $21 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $457 = 12 \times 39 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $457 = 12 \times 37 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $457 = 12 \times 38 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 38, reste 1.

Comme $1 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 457 par 38 : quotient 12, reste 1.

3. $400 = 7 \times 57 + 1$

a) 400 jours font 57 semaines complètes et 1 jour.

Après 57 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 1 jour : mardi → mercredi.

b) Dans 400 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 344	oui	non	non	non	non
561	non	oui	non	non	non
185	non	non	oui	non	non
1 260	oui	oui	oui	oui	oui
7 353	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°319



CAPU0319

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,344 &\rightarrow 5 + 3 + 4 + 4 = 16 & 561 &\rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 & 185 &\rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \\ 1\,260 &\rightarrow 1 + 2 + 6 + 0 = 9 & 7\,353 &\rightarrow 7 + 3 + 5 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 1 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 621.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 74 est un multiple de 5. » **Faux.** $74 = 5 \times 14 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 51 - 13 + 8 = 38 + 8 = 46$

$$B = 7 \times 5 - 4 \times 6 = 35 - 24 = 11$$

$$C = (5 \times 4 - 1) \div 2 = (20 - 1) \div 2 = 19 \div 2 = 9,5$$

$$D = [4 + 8 \times (8 - 5)] \div 2 = [4 + 8 \times 3] \div 2 = [4 + 24] \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + 8 - (6 + 5) = 8 + 8 - 11 = 16 - 11 = 5$$

$$9 \times 3 - (9 + 4) = 9 \times 3 - 13 = 27 - 13 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 29 + 12,6 + 71 = 29 + 71 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 39 \times 11 = 39 \times (10 + 1) = 39 \times 10 + 39 \times 1 = 390 + 39 = 429$$

$$G = 41 \times 39 - 41 \times 29 = 41 \times (39 - 29) = 41 \times 10 = 410$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $10 \times 10 = 10^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } (4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (4 + 2)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$19 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 19 < 25 = 5^2) \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$66 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2) \quad 104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2)$$

$$144 = 12^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°319



CAPU0319

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 2 = 2 \times 36 - 2 = 72 - 2 = 70$

$$B = (2 \times 6)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$$

$$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 2n = 3^2 + 2 \times 3 = 9 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 + 2n = 10^2 + 2 \times 10 = 100 + 2 \times 10 = 100 + 20 = 120$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 59 et 120. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).