



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°32



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 4 par 6.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 4 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 35 - 6 \times 3 \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 5 \times (11 - 9)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

223 divisé par 5 2 452 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 130 par 7 ? Justifier.

$$(a) 130 = 7 \times 19 - 3 \quad (b) 130 = 7 \times 17 + 11 \quad (c) 130 = 7 \times 18 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 60 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
235					
417					
5 258					
5 740					
8 667					

2. Dans le nombre $4\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 113 est un multiple de 6.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 8 \times 8 \quad B = 18 + 35 \div 7 \times 2$$

$$C = (8 \times 9 - 6) \div 5 \quad D = 3,4 + 2 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 3 + 2 \times 4 = 52 \quad 2 \times 9 + 6 + 2 = 34$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 51 + 0,75 + 49 \quad F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad G = 13 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 4 \times 4 \quad 5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 37 ; 8 ; 55 ; 144 ; 32

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 3 \quad B = (2 \times 6)^2 - 3$$

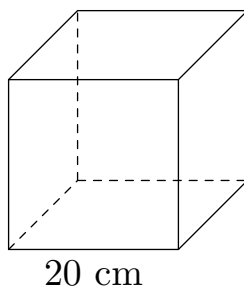
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 55.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 4) \times 6 = 9 \times 6 = 54$

$B = 5 + 4 \times 6 = 5 + 24 = 29$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 35 - 6 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 35 et le produit de 6 par 3.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 5 \times (11 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 11 et 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 44 = 220 \leq 223 < 225 = 5 \times 45$: le quotient est 44, le reste $223 - 220 = 3$.

$223 = 5 \times 44 + 3$, avec $3 < 5$.

$12 \times 204 = 2\,448 \leq 2\,452 < 2\,460 = 12 \times 205$: le quotient est 204, le reste $2\,452 - 2\,448 = 4$.

$2\,452 = 12 \times 204 + 4$, avec $4 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $130 = 7 \times 19 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $130 = 7 \times 17 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $130 = 7 \times 18 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 18, reste 4.

Comme $4 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 130 par 18 : quotient 7, reste 4.

3. $60 = 8 \times 7 + 4$

7 minibus pleins transportent 56 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 4 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°32



CAPU0032

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
235	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
5 258	oui	non	non	non	non
5 740	oui	non	oui	non	oui
8 667	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$235 \rightarrow 2 + 3 + 5 = 10 \quad 417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 5\,258 \rightarrow 5 + 2 + 5 + 8 = 20$$

$$5\,740 \rightarrow 5 + 7 + 4 + 0 = 16 \quad 8\,667 \rightarrow 8 + 6 + 6 + 7 = 27$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 9 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15; \square = 5 : 18; \square = 8 : 21$$

3 solutions : 429, 459, 489.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 603, somme des chiffres 9.

« 113 est un multiple de 6. » **Faux**. $113 = 6 \times 18 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 8 \times 8 = 9 + 64 = 73$

$$B = 18 + 35 \div 7 \times 2 = 18 + 5 \times 2 = 18 + 10 = 28$$

$$C = (8 \times 9 - 6) \div 5 = (72 - 6) \div 5 = 66 \div 5 = 13,2$$

$$D = 3,4 + 2 \times 0,2 = 3,4 + 0,4 = 3,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 3 + 2) \times 4 = (11 + 2) \times 4 = 13 \times 4 = 52$$

$$2 \times (9 + 6 + 2) = 2 \times (15 + 2) = 2 \times 17 = 34$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 51 + 0,75 + 49 = 51 + 49 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\,300 - 13 = 1\,287$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°32



CAPU0032

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

32 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2$) 37 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2$)

55 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 3 = 2 \times 36 - 3 = 72 - 3 = 69$

$B = (2 \times 6)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 12 = 2^2 + 12 = 4 + 12 = 16$ et $8x = 8 \times 2 = 16$.

16 = 16 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 4$: $x^2 + 12 = 4^2 + 12 = 16 + 12 = 28$ et $8x = 8 \times 4 = 32$.

28 $\neq$ 32 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 2 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\ 000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$8\ 000 \div 1\ 000 = 8$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 55. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 25.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°32



Le nombre mystère est **25** ($25 = 5^2$).