



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°320



CAPU0320

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 19 et le produit de 5 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 19 et 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 31 - 5 \times 3 \quad D = 4^2 + 1^2 \quad E = 6 \times (16 - 10)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

981 divisé par 6 989 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 273 par 8 ? Justifier.

$$(a) 273 = 8 \times 34 + 1 \quad (b) 273 = 8 \times 33 + 9 \quad (c) 273 = 8 \times 35 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 233 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415					
2 072					
957					
1 053					
4 360					

2. Dans le nombre $19\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 119 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°320



CAPU0320

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 + 8 \times 9 \quad B = 6 \div 3 \times 2$$

$$C = (6 \times 7 - 9) \div 2 \quad D = [5 + 2 \times (6 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 8 - 2 + 5 = 3 \quad 2 \times 4 + 8 - 9 = 15$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 31 + 0,75 + 69 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 39 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 9 \times 9 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4^2 = 8 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 103 ; 24 ; 81 ; 64 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 8 \quad B = (2 \times 3)^2 - 8$$

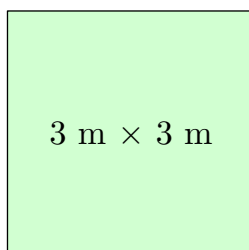
$$C = 2^2 + 7^2 \quad D = (2 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 5 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 24 et 47.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°320



CAPU0320

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 19 - 5 \times 2 = 19 - 10 = 9$

$B = (19 - 5) \times 2 = 14 \times 2 = 28$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 31 - 5 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 31 et le produit de 5 par 3.

$D = 4^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 1.

$E = 6 \times (16 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 16 et 10.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 163 = 978 \leq 981 < 984 = 6 \times 164$: le quotient est 163, le reste $981 - 978 = 3$.

$981 = 6 \times 163 + 3$, avec $3 < 6$.

$12 \times 82 = 984 \leq 989 < 996 = 12 \times 83$: le quotient est 82, le reste $989 - 984 = 5$.

$989 = 12 \times 82 + 5$, avec $5 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $273 = 8 \times 34 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $273 = 8 \times 33 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $273 = 8 \times 35 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 34, reste 1.

Comme $1 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 273 par 34 : quotient 8, reste 1.

3. $233 = 20 \times 11 + 13$

En 11 soirs, elle lit 220 pages ; il lui en reste encore 13.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 13 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415	non	non	oui	non	non
2 072	oui	non	non	non	non
957	non	oui	non	non	non
1 053	non	oui	non	oui	non
4 360	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°320



CAPU0320

Sommes des chiffres :

$$415 \rightarrow 4 + 1 + 5 = 10 \quad 2\,072 \rightarrow 2 + 0 + 7 + 2 = 11 \quad 957 \rightarrow 9 + 5 + 7 = 21$$
$$1\,053 \rightarrow 1 + 0 + 5 + 3 = 9 \quad 4\,360 \rightarrow 4 + 3 + 6 + 0 = 13$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 9 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 192, 198.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 119 est un multiple de 7. » **Vrai.** $119 = 7 \times 17$: le reste de la division de 119 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 + 8 \times 9 = 30 + 72 = 102$

$$B = 6 \div 3 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = (6 \times 7 - 9) \div 2 = (42 - 9) \div 2 = 33 \div 2 = 16,5$$

$$D = [5 + 2 \times (6 - 3)] \div 5 = [5 + 2 \times 3] \div 5 = [5 + 6] \div 5 = 11 \div 5 = 2,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 8 - (2 + 5) = 2 + 8 - 7 = 10 - 7 = 3$$

$$2 \times (4 + 8) - 9 = 2 \times 12 - 9 = 24 - 9 = 15$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 31 + 0,75 + 69 = 31 + 69 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 39 \times 9 = 39 \times (10 - 1) = 39 \times 10 - 39 \times 1 = 390 - 39 = 351$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 4^2 = 8 \text{ » Faux. } 4^2 = 4 \times 4 = 16. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 4 \times 2 = 8, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$24 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 103 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 103 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 8 = 2 \times 9 - 8 = 18 - 8 = 10$

$$B = (2 \times 3)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$$

$$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 5 = 1^2 + 5 = 1 + 5 = 6$ et $6n = 6 \times 1 = 6$.

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 8$: $n^2 + 5 = 8^2 + 5 = 64 + 5 = 69$ et $6n = 6 \times 8 = 48$.

69 $\neq$ 48 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 1 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de } 15 \text{ carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 24 et 47. » $\rightarrow$ encore 22 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).