



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°321



CAPU0321

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 6.
- **B** est le double du carré de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (10 + 6) \times 8 \quad \mathbf{D} = 29 - 2 \times 5 \quad \mathbf{E} = 15 + 9 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$326 \text{ divisé par } 3 \quad 1\,817 \text{ divisé par } 17$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 486 par 12 ? Justifier.

$$(a) 486 = 12 \times 41 - 6 \quad (b) 486 = 12 \times 39 + 18 \quad (c) 486 = 12 \times 40 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 335 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 119					
4 980					
395					
897					
1 112					

2. Dans le nombre $23\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 154 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°321



CAPU0321

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 86 - 6 \times 6 \quad B = 18 \div 3 \times 4$$

$$C = 88 - 4 \times (10 - 5) \quad D = 2,6 + 4 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 4 - 3 + 6 = 0 \quad 3 \times 4 + 6 - 2 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 30 \times 99 \quad F = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 \quad G = 25 + 12,6 + 75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 3^3 = 9 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

99 ; 64 ; 121 ; 129 ; 8 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 3 \quad B = (3 \times 2)^2 - 3$$

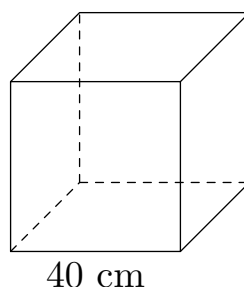
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 5)^2$ pour $x = 6$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 64 et 108.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°321



CAPU0321

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

$B = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 6) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 6 par 8.

$D = 29 - 2 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 29 et le produit de 2 par 5.

$E = 15 + 9 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 9 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 108 = 324 \leq 326 < 327 = 3 \times 109$: le quotient est 108, le reste $326 - 324 = 2$.

$326 = 3 \times 108 + 2$, avec $2 < 3$.

$17 \times 106 = 1\,802 \leq 1\,817 < 1\,819 = 17 \times 107$: le quotient est 106, le reste $1\,817 - 1\,802 = 15$.

$1\,817 = 17 \times 106 + 15$, avec $15 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $486 = 12 \times 41 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $486 = 12 \times 39 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $486 = 12 \times 40 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 40, reste 6.

Comme $6 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 486 par 40 : quotient 12, reste 6.

3. $335 = 30 \times 11 + 5$

En 11 soirs, elle lit 330 pages ; il lui en reste encore 5.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 5 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 119	non	oui	non	oui	non
4 980	oui	oui	oui	non	oui
395	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
1 112	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°321



CAPU0321

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,119 &\rightarrow 7 + 1 + 1 + 9 = 18 & 4\,980 &\rightarrow 4 + 9 + 8 + 0 = 21 & 395 &\rightarrow 3 + 9 + 5 = 17 \\ 897 &\rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 & 1\,112 &\rightarrow 1 + 1 + 1 + 2 = 5 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 3 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 234.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 78 est divisible par 3 ($78 = 3 \times 26$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 154 est un multiple de 7. » **Vrai.** $154 = 7 \times 22$: le reste de la division de 154 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 86 - 6 \times 6 = 86 - 36 = 50$

$$B = 18 \div 3 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = 88 - 4 \times (10 - 5) = 88 - 4 \times 5 = 88 - 20 = 68$$

$$D = 2,6 + 4 \times 0,2 = 2,6 + 0,8 = 3,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 4 - (3 + 6) = 5 + 4 - 9 = 9 - 9 = 0$$

$$3 \times (4 + 6) - 2 = 3 \times 10 - 2 = 30 - 2 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 30 \times 99 = 30 \times (100 - 1) = 30 \times 100 - 30 \times 1 = 3\,000 - 30 = 2\,970$$

$$F = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 = 2,7 \times (0,4 + 0,6) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 25 + 12,6 + 75 = 25 + 75 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 129 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 129 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 3 = 3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9$

$$B = (3 \times 2)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 6$: $(x + 5)^2 = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

Pour $x = 0,5$: $(x + 5)^2 = (0,5 + 5)^2 = 5,5^2 = 30,25$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 64 et 108. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).