



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°322



CAPU0322

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 10 et le produit de 2 par 3.
- **B** est le produit de la différence entre 10 et 2 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6^2 + 9^2 \quad D = (1 + 2)^3 \quad E = 2 \times 8^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

698 divisé par 9 757 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 153 par 15 ? Justifier.

$$(a) 153 = 15 \times 9 + 18 \quad (b) 153 = 15 \times 11 - 12 \quad (c) 153 = 15 \times 10 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 221 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 221 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 823					
215					
501					
1 568					
8 160					

2. Dans le nombre $4\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 112.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°322



CAPU0322

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 4 \times 7 \quad B = 12 \div 6 \times 2$$

$$C = (4 + 6) \times 5 - 4 \quad D = 4 \times [37 - (8 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 8 - 5 - 2 = 10 \quad 7 \times 8 + 4 + 7 = 91$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 52 + 7,8 + 48 \quad F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad G = 32 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 0^2 = 0 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$64; 121; 25; 1\,000; 107; 13$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 6 \quad B = (5 \times 2)^2 - 6$$

$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 10 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 158 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 61 et 94.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°322



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 - 2 \times 3 = 10 - 6 = 4$

$B = (10 - 2) \times 3 = 8 \times 3 = 24$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 9.

$D = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$E = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 77 = 693 \leq 698 < 702 = 9 \times 78$: le quotient est 77, le reste $698 - 693 = 5$.

$698 = 9 \times 77 + 5$, avec $5 < 9$.

$29 \times 26 = 754 \leq 757 < 783 = 29 \times 27$: le quotient est 26, le reste $757 - 754 = 3$.

$757 = 29 \times 26 + 3$, avec $3 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $153 = 15 \times 9 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $153 = 15 \times 11 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $153 = 15 \times 10 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 3.

Comme $3 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 153 par 10 : quotient 15, reste 3.

3. $221 = 7 \times 31 + 4$

a) 221 jours font 31 semaines complètes et 4 jours.

Après 31 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 4 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 221 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 823	non	oui	non	oui	non
215	non	non	oui	non	non
501	non	oui	non	non	non
1 568	oui	non	non	non	non
8 160	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°322



CAPU0322

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\ 823 &\rightarrow 5 + 8 + 2 + 3 = 18 & 215 &\rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 & 501 &\rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \\ 1\ 568 &\rightarrow 1 + 5 + 6 + 8 = 20 & 8\ 160 &\rightarrow 8 + 1 + 6 + 0 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 2 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 432.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 112. » **Vrai.** $112 = 8 \times 14$: le reste de la division de 112 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 4 \times 7 = 46 - 28 = 18$

$$B = 12 \div 6 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = (4 + 6) \times 5 - 4 = 10 \times 5 - 4 = 50 - 4 = 46$$

$$D = 4 \times [37 - (8 + 8)] = 4 \times [37 - 16] = 4 \times 21 = 84$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 8 - (5 - 2) = 5 + 8 - 3 = 13 - 3 = 10$$

$$7 \times (8 + 4) + 7 = 7 \times 12 + 7 = 84 + 7 = 91$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 52 + 7,8 + 48 = 52 + 48 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\ 200 - 32 = 3\ 168$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux.** $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 6 = 5 \times 4 - 6 = 20 - 6 = 14$

$B = (5 \times 2)^2 - 6 = 10^2 - 6 = 100 - 6 = 94$

$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$

$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14$ et $7n = 7 \times 2 = 14$.

14 = 14 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 10 = 6^2 + 10 = 36 + 10 = 46$ et $7n = 7 \times 6 = 42$.

46 $\neq$ 42 : l'égalité est fausse pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 158 :

$12^2 = 144 \leq 158$ et $13^2 = 169 > 158$.

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$158 - 144 = 14$

b) Il lui restera 14 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 61 et 94. » $\rightarrow$ encore 32 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).